

Бланк олимпиадной работы

Класс 11 Вариант 32 Дата Олимпиады 12.02.23

Площадка написания г. Норск Эдико-Производственный центр

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	20	12	3	20	0	-	-	-	-	-	37	тридцать семь	

№5) $k \in [5; 7]$; x_1 и x_2 корни $(k^2 - 3k - 4)x^2 + (3k - 7)x + 2 = 0$, при этом $x_1 \leq 2x_2$

По сути, нам нужно найти значения параметра k , при которых $x_1 \leq 2x_2$.

$$D = (3k - 7)^2 - 4 \cdot 2(k^2 - 3k - 4) = 9k^2 - 42k + 49 - 8k^2 + 24k + 32 = k^2 - 18k + 81 = (k - 9)^2$$

$$\text{тогда } \begin{cases} x_1 = \frac{7-3k-k+9}{2k^2-6k-8} = \frac{16-4k}{2k^2-6k-8} = \frac{8-2k}{k^2-3k-4} \\ x_2 = \frac{7-3k+k-9}{2k^2-6k-8} = \frac{-2-2k}{2k^2-6k-8} = \frac{-1-k}{k^2-3k-4} \end{cases}$$

$$\frac{8-2k}{k^2-3k-4} \vee \frac{-1-k}{k^2-3k-4}$$

$$8-2k \vee -1-k$$

$$9 \vee k$$

$$9 > k \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1-k}{k^2-3k-4} \\ x_2 = \frac{8-2k}{k^2-3k-4} \end{cases}, \text{ т.к. } x_1 \text{ и } x_2 < 0$$



значения параметра k при $k \in [5; 7] \Rightarrow$ можем избавиться

$$\text{отсюда } \frac{-1-k}{k^2-3k-4} \leq \frac{8-2k}{k^2-3k-4} \text{ зн. на } [5; 7] \text{ + } \Rightarrow \text{можем избавиться}$$

$$-1-k \leq 8-2k \Rightarrow k \in [5; \frac{17}{3}]$$

$$\text{значит искомым вероятностям} = \frac{P[5; \frac{17}{3}]}{P[5; 7]} = \frac{\frac{17}{3} - 5}{7 - 5} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{3}$$

2005

Бланк олимпиадной работы

№1) $\frac{a^{12}-4096}{64a^6}$? если $\frac{a^2}{4} - \frac{4}{a^2} = 3 \Rightarrow \frac{a^4-16}{4a^2} = 3 \Rightarrow a^4-12a^2-16=0 \Rightarrow \begin{cases} a^2=6-2\sqrt{5} \\ a^2=6+2\sqrt{5} \end{cases}$ — постр. кор. т.к. $a^2 \geq 0$

при этом известно, что $\frac{1}{t} + t \geq 2 \Rightarrow$ можем $\frac{a^2}{4} - \frac{4}{a^2} = 3$ возвести в куб

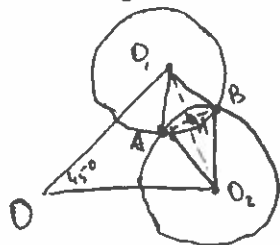
получим $\frac{a^6}{64} - \frac{3a^2}{4} + \frac{12}{a^2} - \frac{64}{a^6} = 27$

отсюда $\frac{a^{12}-4096}{64a^6} = 27 + \frac{3a^2}{4} - \frac{12}{a^2} = 27 + \frac{18+6\sqrt{5}}{4} - \frac{12}{6+2\sqrt{5}} =$

$= 27 + \frac{9+3\sqrt{5}}{2} - \frac{6}{3+\sqrt{5}} = \frac{162+54\sqrt{5}+27+9\sqrt{5}+9\sqrt{5}+39-12}{2+\sqrt{5}} =$
 $= \frac{216+72\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = \frac{72(3+\sqrt{5})}{2+\sqrt{5}} = 72$

Ответ: 72

№4) Чтобы максимально эффективно расположить радары, нужно, чтобы каждый угол радар-участок-радар был равен ост.
 $\Rightarrow = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$. Рассмотрим два соседних радара, этого будет достаточно, т.к. восстановим все симметрично.



$O_1A = O_1B = O_2A = O_2B = 15$

$AB = 18$ (по усл.) — это предельный случай, когда все выстроилось

$AB \perp O_1O_2$ в прот. $\Leftrightarrow O_2H = \sqrt{O_2A^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 12$

$\cos \angle HBO_2 = \frac{9}{15} \Rightarrow \cos \angle O_2BO_1 = 2\cos^2 \angle HBO_2 - 1 = -0,28$

$\Rightarrow$ по т. кос $O_1O_2^2 = 2 \cdot 225 + 2 \cdot 225 \cdot (-0,28) = 450 \cdot 1,28$

искомое расстояние $OO_1 = OO_2 = OO_3 = \sqrt{\frac{450 \cdot 1,28}{2-\sqrt{2}}} = \frac{24}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$

$S_{\text{всего}} = S_{\Delta} - S_{\text{м}} = (OH+HB)^2 \cdot \pi - (OH-HA)^2 \cdot \pi = 432 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}$

Ответ: $\frac{24}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$; $432 \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}$

Верный подход,
 верно найдено O_2H .
 Далее цепочка!

анек: 18 (вместо 18,28)

Бланк олимпиадной работы

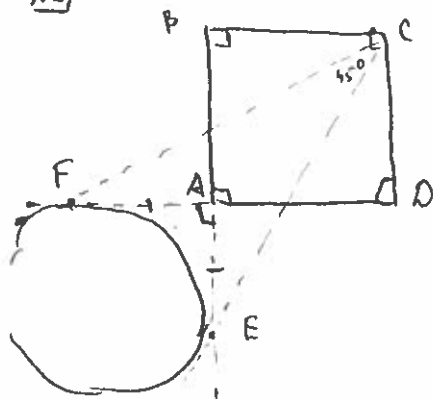
№6) $\begin{cases} x+y+z=8 \\ xy+yz+zx=14 \end{cases}$ система задает фигуру в пространстве

из системы, если возвести 1-е в квадрат вычитаем, то $x^2+y^2+z^2+2(xy+xz+yz)=64$
 $\Rightarrow x^2+y^2+z^2=36$

а это сферическая поверхность $\Rightarrow$ искомая длина $\sqrt{x^2+y^2+z^2}=6$?

Ответ: 6

№2)



$\angle FCE=45^\circ$, ABCD - квадрат

Заметим, что если описать окружность $\triangle FEC$ окружность, то центром описанной $\triangle A$, т.к. $\triangle FEC$ - пр. ($FC=CE$)

и серед. перпен. FE проходит через A , а значит центр лежит на ней, а также висающий угол $\angle FCE$ в 2 раза меньше центрального $\angle FAE \Rightarrow$ центр - A .

тогда $FA=AE=AC$ - радиусы $= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}$ по усл.

а ст. квадрата $= \frac{AC}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1 + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

Ответ: $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

№3) $5x - x^2 + \sqrt{(6-x^2)(-9+10x-x^2)} = 9$

Одр: $(16-x^2)(-9+10x-x^2) \geq 0$

$x^2 - 5x + 9 = \sqrt{(6-x^2)(-9+10x-x^2)} \quad |^2$

$x^4 + 25x^2 + 81 + 2(-5x^3 + 9x^2 - 45x) = -144 + 160x - 16x^2 + 9x^2 - 10x^3 + x^4$
 $x^4 + 25x^2 + 81 - 10x^3 + 18x^2 - 90x = -144 + 160x - 16x^2 + 9x^2 - 10x^3 + x^4$

$25x^2 + 81 + 18x^2 - 90x = -144 + 160x - 16x^2 + 9x^2$

$25x^2 + 18x^2 + 16x^2 + 9x^2 - 90x - 160x + 81 + 144 = 0$

$50x^2 - 250x + 225 = 0$

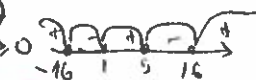
$10x^2 - 50x + 45 = 0$

$2x^2 - 10x + 9 = 0$

$x = 5 \pm \sqrt{7}$

Ответ: $\frac{5 \pm \sqrt{7}}{2}$

$\frac{7}{2} < \frac{5+\sqrt{7}}{2} < 8 \Rightarrow \text{удовл.}$
 $\frac{7}{2} < \frac{5-\sqrt{7}}{2} < \frac{3}{2} \Rightarrow \text{удовл.}$



$\Rightarrow x \in (-\infty, -16] \cup [1, 5] \cup [16, +\infty)$

125.
Иверно
составлено,
003!