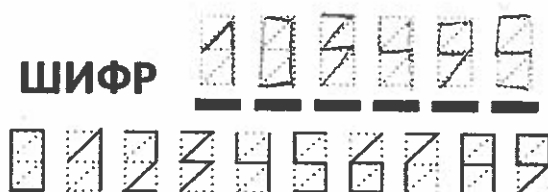




ШИФР



Бланк олимпиадной работы

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 12.02.23

Площадка написания ТПУ

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	15	2	20	2	-	-	-	-	54	пятьдесят четыре	Шарин

Аннотация: работа выполнена в соответствии с примером.

Валеев - А -

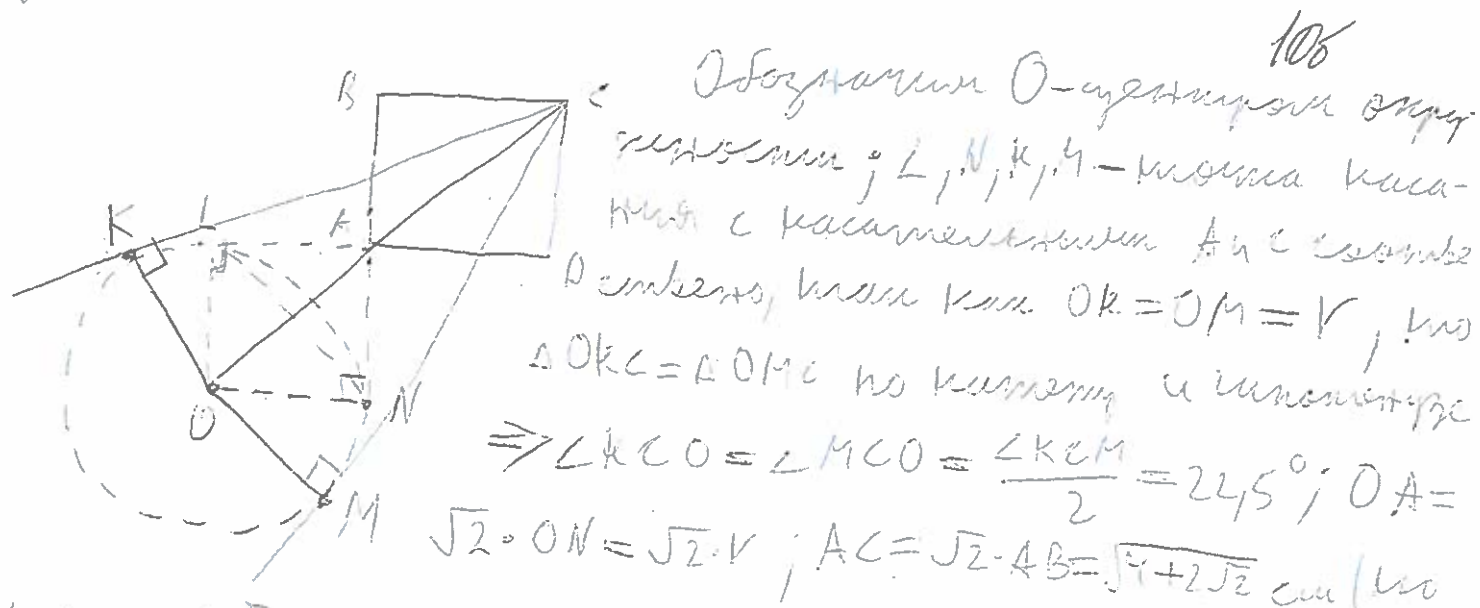
Бланк олимпиадной работы

N1

$$\begin{aligned} \frac{a}{2} - \frac{2}{a} = 5 &\Rightarrow \frac{a^2}{4} - 2 + \frac{4}{a^2} = 25 \Rightarrow \frac{a^2}{4} + \frac{4}{a^2} = 27 \Rightarrow \left(\frac{a^2}{4} + \frac{4}{a^2}\right)^3 = \frac{a^6}{4} + 3 \cdot \frac{a^2}{4} + \\ 3 \cdot \frac{4}{a^2} + \frac{64}{a^6} &= 27^3 \Rightarrow \frac{a^6}{4} + \frac{64}{a^6} + 3 \cdot 27 = 27^3 \Rightarrow \frac{a^6}{4} + \frac{64}{a^6} = 27^3 - 27 \cdot 3 \\ = 19602 &\Rightarrow \frac{a^{12} + 4096}{4a^6} = 19602 \Rightarrow \frac{a^6}{4} + \frac{64}{a^6} = 19602 \end{aligned}$$

Ответ: 19602

N2



Обозначим O — центром окружности; L, N, K, M — точка касания с касательными AN и AC соответственно, тогда $OK = OM = R$, но $\triangle OKC = \triangle OMC$ по катету и гипотенузе $\Rightarrow \angle KCO = \angle MCO = \frac{\angle KCM}{2} = 22,5^\circ$; $OA = \sqrt{2} \cdot ON = \sqrt{2} \cdot R$; $AC = \sqrt{2} \cdot AB = \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$ см (по теореме Пифагора). Следовательно $OC = \sqrt{2} \cdot R + \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$;
 $\sin \angle KCO = \frac{OK}{OC} = \frac{R}{\sqrt{2} \cdot R + \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}}$, а также $\sin \angle KCO = \sin 22,5^\circ = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2} = \frac{R}{\sqrt{2} \cdot R + \sqrt{4 + 2\sqrt{2}}} \Rightarrow \sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \cdot R + 2 = 2R \Rightarrow$
 $R = \frac{2}{2 - \sqrt{4 - 2\sqrt{2}}} = \frac{4 + 2\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}}{2 \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{2} + \sqrt{2 - \sqrt{2}}$
 Ответ: $R = \sqrt{2} + \sqrt{2 - \sqrt{2}}$

Бланк олимпиадной работы

N 3

$$\begin{cases} x^2 + 25y + 19z = -471 \\ y^2 + 23x + 21z = -397 \\ z^2 + 21x + 21y = -545 \end{cases} \text{ суммируем уравнения} \Rightarrow$$

$$x^2 + 44x + y^2 + 46y + z^2 + 40z = -1413 \Rightarrow (x^2 + 44x + 22^2) + (y^2 + 46y + 23^2) + (z^2 + 40z + 20^2) = 0 \Rightarrow (x+22)^2 + (y+23)^2 + (z+20)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x+22=0 \\ y+23=0 \\ z+20=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-22 \\ y=-23 \\ z=-20 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-22 \\ y=-23 \\ z=-20 \end{cases}$$

используем утверждение,
что эти являются
единственным решением
системы.

Ответ: $x=-22$; $y=-23$; $z=-20$

N 5

$$(k^2 - 2k - 15)x^2 + (3k - 7)x + 2 = 0$$

$$D = (3k - 7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (k^2 - 2k - 15) = k^2 - 26k + 169 = (k - 13)^2$$

$$\sqrt{D} = |k - 13| = 13 - k \text{ (т.к. } k \in [0; 11])$$

Найдем x_1

$$x_1 = \frac{7 - 3k + 13 - k}{2(k^2 - 2k - 15)} = \frac{20 - 4k}{2(k - 5)(k + 3)} = \frac{-2}{k + 3}$$

$$x_2 = \frac{7 - 3k - 13 + k}{2(k^2 - 2k - 15)} = \frac{-6 - 2k}{2(k - 5)(k + 3)} = \frac{-1}{k - 5}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР



Бланк олимпиадной работы

$$x_1 \leq 2x_2:$$

$$\frac{-2}{k+3} \leq -\frac{2}{k-5} \quad | : (-2) \quad \frac{1}{k+3} \geq \frac{1}{k-5} \Rightarrow \frac{(k-5)-(k+3)}{(k+3)(k-5)} \geq 0$$

$$\frac{-8}{(k+3)(k-5)} \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{(k+3)(k-5)} \leq 0 \Rightarrow k \in (-3; 5)$$

$$x_2 \leq 2x_1:$$

$$-\frac{1}{k-5} \leq -\frac{4}{k+3} \Rightarrow \frac{1}{k-5} \geq \frac{4}{k+3} \Rightarrow \frac{k+3-4(k-5)}{(k-5)(k+3)} \geq 0$$

$$\frac{-3k+23}{(k-5)(k+3)} \geq 0 \Rightarrow \frac{k-\frac{23}{3}}{(k-5)(k+3)} \leq 0 \Rightarrow k \in (-\infty; -3) \cup (5; \frac{23}{3}]$$

Так как $k \in [6; 11]$, следовательно удовлетворим $k \in [6; \frac{23}{3}]$, вероятность равна $\frac{\frac{23}{3} - 6}{11 - 6} = \frac{1}{3}$

Ответ: $\frac{1}{3}$

N6

Шар радиуса $\sqrt{6}$ касается ^в центрами ~~в~~ шаров.
Рассмотрим тетраэдр $ABCD$ с ребром $0,1$

Лист 11 из 6

0,1

Бланк олимпиадной работы

у которой вершины накрываются
 в вершинах шаров из вершин
 тетраэдра из шаров. Пусть
 ее ребра a , тогда $OA = OB = OC = OD = \frac{\sqrt{3} \cdot a}{4}$, а радиус
 сферы радиуса $\sqrt{6}-1$ равен



$$\sqrt{OC^2 - \left(\frac{1}{2}AC\right)^2} + r, \text{ где } r - \text{радиус шаров в тетраэдре}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{3}{8}a^2 + \frac{a^2}{4}} + r = \sqrt{6}-1, \text{ причем } a = 4r \Rightarrow \sqrt{6+4 \cdot r+r}$$

$$= \sqrt{6}-1 \Rightarrow r = \frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{10}+1}$$

Из радиус сферы, в которую вписан тетраэдр, выразим
 из шаров равна $R = OC + r = (\sqrt{6}+1)r = \frac{5}{\sqrt{10}-1} = \frac{5(\sqrt{10}-1)}{9}$

Ответ: $\frac{5(\sqrt{10}-1)}{9}$

3

14

для вычисления уровня воды
 нужно найти высоту конуса который равен 10 км $\Rightarrow AB = 40$ км. Тогда

$$BO_2 = 2 \sqrt{BO_1^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 2 \sqrt{13^2 - 5^2} = 24$$



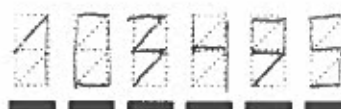
ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

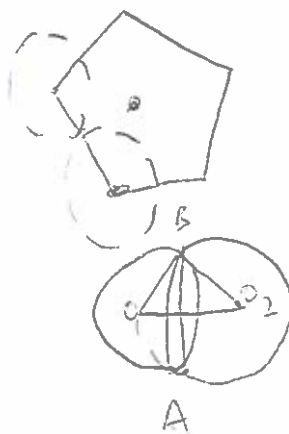
$$E = mc^2$$



ШИФР



Бланк олимпиадной работы



2