



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



ШИФР

1 0 4 0 1 0

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

Класс 10 Вариант 2.2 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания МГТУ имени Н.Э. Баумана

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	0	0	0	0	20	0					20	Двадцать	81

10/Решено

15/летнадуху

45/сорок пять

Бавелов

Найти $\frac{a^{12} + 4096}{64a^6}$, если $\frac{a}{2} - \frac{2}{a} = 3 \Rightarrow \frac{a^2 - 4}{2a} = \frac{(a-2)(a+2)}{2a} = 3$

$$\begin{aligned} \frac{a^{12} + 4096}{64a^6} &= \frac{(a^6)^2 + (2^6)^2 + 2(2a)^6 - 2(2a)^6}{(2a)^6} = \frac{(a^6 - 2^6)^2 + 2(2a)^6}{(2a)^6} = \frac{(a^2 - 4)^2(a^4 + 4a^2 + 16)^2}{(2a)^6} + 2 = \\ &= \left(\frac{(a^2 - 4)^2}{2a}\right)^2 \cdot \frac{(a^4 + 8a^2 + 16 + 72a^2)^2}{(2a)^4} + 2 = \frac{3^2((a^2 + 4)^2 - 4a^2)^2}{(2a)^4} + 2 = \frac{9((a^2 - 2a + 4)(a^2 + 4 + 2a))^2}{(2a)^4} + 2 = \\ &= \left(\frac{3((a^2 - 4)^2 + 72a^2)}{4a^2}\right)^2 + 2 = (3 \cdot 3^2 + 3)^2 + 2 = 502 \end{aligned}$$

Ответ: 502

Неверный
переход. 0 баллов

Бланк олимпиадной работы

№3

$$\begin{cases} y^2 - 23y + 66z + 612 = 0 \\ y^2 + 62x - 20z + 296 = 0 \\ z^2 - 22x + 6y + 505 = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + 40x + 672 + y^2 + 44y + 296 + z^2 + 46z + 505 = 0$$

$$x^2 + 2 \cdot 20x + 20^2 + 272 + y^2 + 2 \cdot 22y + 22^2 - 788 + z^2 + 2 \cdot 23z + 23^2 - 24 = 0$$

$$(x+20)^2 + (y+22)^2 + (z+23)^2 + 272 - 272 = 0$$

Т.к. $(x+20)^2 \geq 0, (y+22)^2 \geq 0, (z+23)^2 \geq 0$

$$\begin{cases} (x+20)^2 = 0 \\ (y+22)^2 = 0 \\ (z+23)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -20 \\ y = -22 \\ z = -23 \end{cases}$$

Ответ: $(-20, -22, -23)$

акт: 15 (Февраль)

№2

Дано
 $ABCD$ - квадрат
 $\sin 36^\circ = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{51}}{2\sqrt{5}}$
 $AB = 2\sqrt{5}-\sqrt{51}$
 $\angle ECF = 72^\circ$
 $L-?$

Решение

- 1) Проведём радиусы OE, OH, OF , E (точки касания)
- 2) Проведём AC до пересечения с EO (центром окружности); они пересекут его, т.к. EO - биссектр. $\angle HAO$
 $\angle BCD \Rightarrow EO$ биссектр. $\angle HAO$
- 3) $\angle ECF = 72^\circ \Rightarrow \angle ECF = 72^\circ$
 $\angle ECF = 72^\circ \Rightarrow \angle ECF = 72^\circ$
 $\angle ECF = 72^\circ \Rightarrow \angle ECF = 72^\circ$
- 4) $\angle HAO = \frac{\angle HAO}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$, т.к. AO - биссектр.; $\angle HOA = 90^\circ - \angle HAO = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ (каждый из углов в прямоугольном треугольнике)
 $\angle HAO = \angle HOA = 45^\circ \Rightarrow \triangle HOA$ - равнобедренный $\Rightarrow HO = HA \Rightarrow OA = \sqrt{HO^2 + HA^2} = HO\sqrt{2} = \frac{AB}{\sqrt{2}}$ (по теореме Пифагора, т.к. $AB = BC$, как стороны квадрата)
- 5) $\triangle OAC$: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = AB\sqrt{2} = \frac{AB}{\sqrt{2}}$
- 6) $OC = OA + AC = \frac{AB}{\sqrt{2}} + \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{2AB}{\sqrt{2}} = AB\sqrt{2}$; $\triangle EOC$ ($\angle E = 90^\circ$, т.к. EO - радиус, т.е. E - точка касания EC).
 $\sin \angle ECO = \frac{EO}{OC} = \sin 36^\circ$
 $\frac{h}{h\sqrt{2} + AB\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{51}}{2\sqrt{5}}$
 $\frac{2h}{h + 2\sqrt{5}-\sqrt{51}} = \sqrt{5}-\sqrt{51}$

Бланк олимпиадной работы

$$2r = r\sqrt{5-\sqrt{5}} + 2\sqrt{5-\sqrt{5}} - (\sqrt{5-\sqrt{5}})^2$$

$$r(\sqrt{5-\sqrt{5}} - 2) + 2\sqrt{5-\sqrt{5}} = 5 - \sqrt{5}$$

$$r = \frac{5 - \sqrt{5} + 2\sqrt{5-\sqrt{5}}}{\sqrt{5-\sqrt{5}} - 2} = \sqrt{5-\sqrt{5}}$$

Ответ: $r = \sqrt{5-\sqrt{5}}$



~4

Дано:

$r = 26 \text{ км}$

$h = 7$

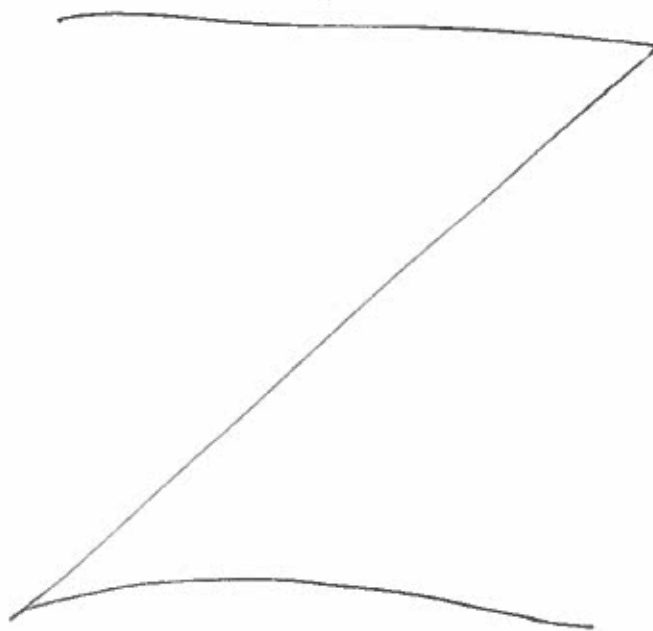
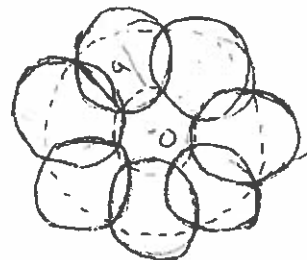
$u = 20 \text{ км}$

Решение:

Из укл. можно показать, что хорды, стягивающие дуги, образованные пересечением окружностей, должны быть меньше 20 км, а, т.к. нам нужно 20 км. S , то хорды равны 20 км

$S_{\text{шар}} = ?$

$S = ?$



ШИФР

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Бланк олимпиадной работы

