



ОТРАСЛЕВАЯ  
ОЛИМПИАДА  
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



ШИФР

112240

0123456789

## Бланк олимпиадной работы

Класс 10 Вариант 21 Дата Олимпиады 12.02.2023

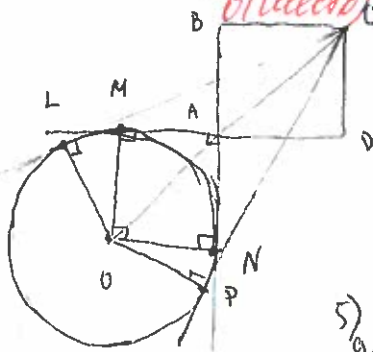
Площадка написания ИГТУ им. Н.Э. Баумана

### ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

| Задача | 1 | 2  | 3 | 4 | 5  | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | $\Sigma$ |          | Подпись |
|--------|---|----|---|---|----|---|---|---|---|----|----------|----------|---------|
|        |   |    |   |   |    |   |   |   |   |    | Цифрой   | Прописью |         |
| Оценка | 5 | 10 | 0 | 0 | 10 | 7 |   |   |   |    | 22       | двадцать |         |

№2



Дано:  
длина стороны  
квадрата ABCD =  $2\sqrt{3}$   
 $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$   
 $r(O) = ?$

5) Пусть  $a$  -  
длина стороны  
квадрата OMAN,  
тогда  $OA = a\sqrt{2}$   
 $AC = 2\sqrt{6}$   
 $LO = a = OM$   
т.к. радиусы

6)  $\Delta OLC$  прямоугольн.

$$\frac{OL}{OC} = \sin 15^\circ$$

$$\frac{a}{a\sqrt{2} + 2\sqrt{6}} = \sin 15^\circ$$

$$\frac{a}{a\sqrt{2} + 2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}$$

$$\frac{a}{a + 2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$3a - a\sqrt{3} = 6 - 2\sqrt{3}$$

$$a = \frac{6 - 2\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} = 2$$

Ответ:  $\frac{6-2\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$

(10)

Решение:

- 1)  $OM \perp AD$   
 $ON \perp AB$  т.к. касательные  
и радиусы  
 $OL \perp LC$   
 $OP \perp CP$
- 2)  $CO$  прямая и биссектриса  
 $\angle LCP$  и  $\angle HAN$  так как  
 $CL$  и  $CP$  кас. и  $AM$  и  $AN$  кас.
- 3)  $MA = AN$  (отрезки кас.)  
 $MO = ON$  (радиусы)  
 $\angle A = 90^\circ$   
 $\angle OMA = 90^\circ$  (п.1)  
 $\angle ONA = 90^\circ$  (п.1)  
 $\Rightarrow OMAN$  -  
квадрат.
- 4)  $\angle OCL = 15^\circ$  по п.2.

№5



$$Q = (3k-9)^2 - 4 \cdot 2(k^2 - 2k - 35) = k^2 - 38k + 81 + 8 \cdot 35 = (k-19)^2$$

$$x_1 = \frac{28-4k}{2(k+5)(k-7)} \quad x_1 \leq 2x_2 \quad x_2 \leq 2x_1$$

$$x_2 = \frac{-10-2k}{2(k+5)(k-7)}$$

# Бланк олимпиадной работы

①  $\frac{28-4k}{2(k+5)(k-7)} \leq \frac{-10-2k}{(k+5)(k-7)}$   $1 \cdot (k+5)(k-7)$   
 $28 \leq -20$   $k \in [8, 13] \Rightarrow k+5 > 0$   
 $k-7 > 0$

②  $\frac{28-4k}{2} \leq -10-2k$   
 $k \leq 11$

анн: 20 / Января / 5

Вероятность:  $\frac{3}{5} = 0,6$

Ответ: 0,6

№1  $\frac{a}{3} - \frac{3}{a} = 2$

$\frac{a^{12} + 729^2}{729a^6} = \frac{a^6}{3^6} + \frac{3^6}{a^6} = \left(\frac{a^2}{3^2} + \frac{3^2}{a^2}\right) \left(\frac{a^4}{3^4} + \frac{3^4}{a^4} - 1\right) =$   
 $6 \cdot 33 = 198$

$\left(\frac{a}{3} - \frac{3}{a}\right)^2 = 2$

$= 6 \cdot 33 = 198$

$\frac{a^2}{3^2} - 2 + \frac{3^2}{a^2} = 4$

$\frac{a^2}{3^2} + \frac{3^2}{a^2} = 6$

$\left(\frac{a^2}{3^2} + \frac{3^2}{a^2}\right)^2 = 36$

$\frac{a^4}{3^4} + 2 + \frac{3^4}{a^4} = 36$

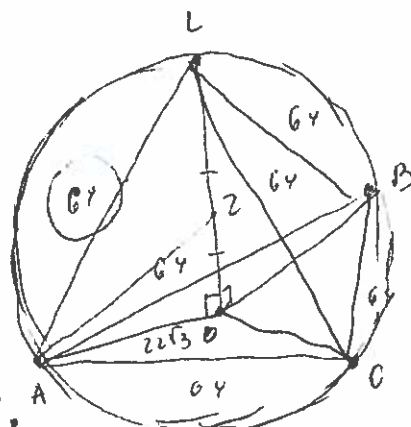
$\frac{a^4}{3^4} + \frac{3^4}{a^4} = 34$

№6 В связи с тем, что сфера вписана в пирамиду, то мы можем упростить чертеж. Пусть  $r$  — радиус 1 шарика.

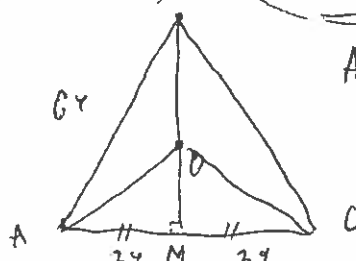
Шарики одинаковые, значит пирамида имеет равные стороны.

Центр сферы лежит на середине перпендикуляра проведенного из вершины.

$BM = \sqrt{36r^2 + 9r^2} = r \cdot 3\sqrt{4-1} = 3r\sqrt{3}$   
 $AO = \frac{2}{3} \cdot 3r\sqrt{3} = 2r\sqrt{3}$



$AO = OB = \frac{2}{3} BM$  по св-ву касания





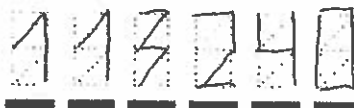
ОТРАСЛЕВАЯ  
ОЛИМПИАДА  
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



ШИФР



## Бланк олимпиадной работы

$\Delta BLO$  - прямоугольный

$$LO = \sqrt{36\gamma^2 - 42\gamma^2} = 4 \cdot 2\sqrt{9-3} = 2\sqrt{6} \text{ (т. Пирамиды)}$$

$$ZO = \frac{2\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}$$

Радиусом сферы =  $BZ$   $\Delta AOK$  - прямоугольный

$$BZ = \sqrt{42\gamma^2 + \gamma^2 \cdot 6} = \gamma\sqrt{18} = 3\gamma\sqrt{2}$$

$$3\gamma\sqrt{2} = \sqrt{6} + 1 \text{ (по условию)}$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{6} + 1}{3\sqrt{2}} \text{ - шарика}$$

Шар вписанный в центр пирамиды касается лишь 6 шариков



шар проходит через центры боковых шаров



$$\sqrt{(\gamma(3-\sqrt{6}))^2 + 4\gamma^2} = R \text{ вписанного шара}$$

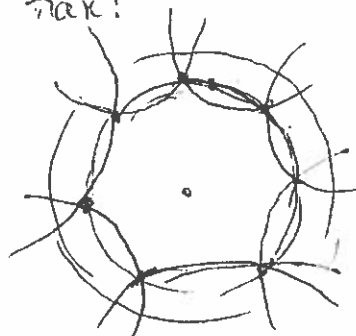
$$4\sqrt{19-6\sqrt{6}}$$

$$\frac{\sqrt{6} + 1}{3\sqrt{2}} \cdot \sqrt{19-6\sqrt{6}}$$

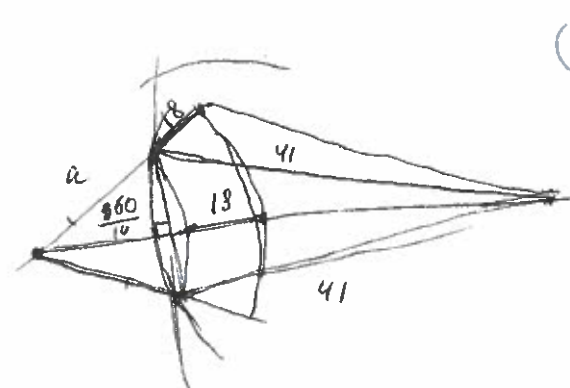
Ответ:  $\frac{\sqrt{6} + 1}{3\sqrt{2}} \cdot \sqrt{19-6\sqrt{6}}$

14 Чтобы расположение удовлетворяло условию оно должно вписываться

так:



Так как покрытие у радаров идентичное, то градусные меры дуг будут равны  $\frac{360}{4}$



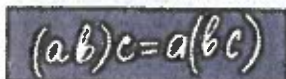


ОТРАСЛЕВАЯ  
ОЛИМПИАДА  
ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР

113240

0123456789



$$E = mc^2$$



### Бланк олимпиадной работы

№3  $x^2 - 22y - 69z + 703 + y^2 + 23x + 23z - 1473 + z^2 - 63x + 66y + 2133 = 0$

$$x^2 + 44y - 46z + 2413 + y^2 - 40x + z^2 = 0$$

$$y^2 + 2 \cdot 22y + 22^2 + x^2 + 2 \cdot 20 \cdot x + 20^2 + z^2 - 2 \cdot 23z + 23^2 = -1100 = 0$$

$$(y + 22)^2 + (x + 20)^2 + (z - 23)^2 = -1100$$

$$x \in \{\emptyset\}$$

$$y \in \{\emptyset\}$$

$$z \in \{\emptyset\}$$

0

Оцен: 6/Шест/5

