



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



ШИФР

107004

0123456789

Бланк олимпиадной работы

Класс 11 Вариант 22 Дата Олимпиады 12.02.2023

Площадка написания МГТУ имени Баумана

ОЦЕНКА

(заполняется проверяющим)

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	15	0	20	0					50	пятьдесят	81-7-

$$v=5$$

$$k \in [3; 8]$$

$$(k^2 - 2k - 3)x + (31 - 5)x + 2 = 0$$

$$10: 9k^2 - 30k + 25 - 6k^2 + 16k + 24 = k^2 - 14k + 49 = (k-7)^2$$

$$x = \frac{5 - 3k \pm (k-7)}{2k^2 - 4k - 6}$$

$$\frac{-1-k}{k^2-2k-3}$$

$$\frac{6-2k}{k^2-2k-3}$$

$$I) x_1 = \frac{-1-k}{k^2-2k-3}$$

$$x_2 = \frac{6-2k}{k^2-2k-3}$$

$$x_1 \leq 2x_2 \dots$$

$$-1-k \leq 12-4k$$

$$\therefore k \leq \frac{13}{3}$$

$$II) x_1 = \frac{6-2k}{k^2-2k-3}$$

$$x_1 \leq 2x_2$$

$$x_2 = \frac{-1-k}{k^2-2k-3}$$

$$6-2k \leq -2-k \quad \therefore k \in \emptyset$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow x_1 \leq 2x_2$$

(Будем считать, что если уравнение не имеет корней, то $k \in \emptyset$)
Тому случаю, когда $k \in [3; 8]$ и $k \in \emptyset$, то $k \in [3; 8]$
в любую точку отрезка $[3; 8]$ ортогональная.
Если уравнение не имеет корней, то $k \in \emptyset$
 $k \in [3; 8]$
 $k \in [3; 8]$
 $k \in [3; 8]$

$$\text{Тогда } 4x + 2 \geq 0$$

Тогда вернемся назад в отрезок $[3; 4\frac{1}{2}]$ и $k \in [3; 4\frac{1}{2}]$ и $k \in [4\frac{1}{2}; 8]$ относятся как длины отрезков.

$$\therefore p = \frac{4}{3.5} = \frac{4}{1.5}$$

$$\text{Ответ: } \frac{4}{1.5} = 0.2(6)$$



Лист 1 из 5

Бланк олимпиадной работы

$n=1$

$$\frac{a^{12} 14096}{64a^6} = \frac{a^6}{64}, \quad \frac{64}{a^6}$$

$$\left(\frac{a}{2} - \frac{2}{a}\right)^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{4}{a^2} - 2 = 3 \Rightarrow \frac{a^6}{4} + \frac{4}{a^2} = 11$$

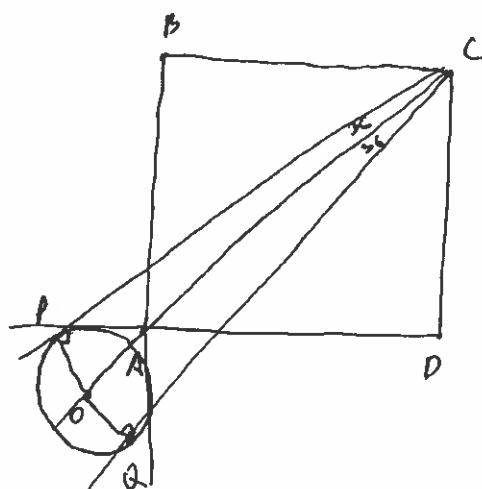
$$\left(\frac{a^2}{4} + \frac{4}{a^2}\right)^2 = \frac{a^4}{16} + \frac{16}{a^4} + 2 = 11^2 = 121 \Rightarrow \frac{a^4}{16} + \frac{16}{a^4} = 119$$

$$\left(\frac{a^4}{16} + \frac{16}{a^4}\right) \left(\frac{a^2}{4} + \frac{4}{a^2}\right) = \frac{a^6}{64} + \frac{4}{a^2} + \frac{a^2}{4} + \frac{64}{a^6} = \frac{a^6}{64} + \frac{64}{a^6} + 11 = 119 \cdot 11$$

$$\Rightarrow \frac{a^6}{64} + \frac{64}{a^6} = 119 \cdot 11 = 1298 \quad (+)$$

Ответ: 1298

$n=2$



Округ O — центр окружности $\Rightarrow O \in$ биссектрисе угла BAD
 $\Rightarrow O \in CA$
 Пусть P и Q — точки касания (касательных к окружности), пусть r — радиус окружности
 По теореме Пифагора: $AC^2 = CD^2 + AD^2$ и $AL = (2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}})\sqrt{2}$
 $OA^2 = r^2 + r^2$ $OA = r\sqrt{2}$
 $\angle PCQ = 72^\circ \Rightarrow \angle OCQ = \frac{1}{2} \angle PCQ = 36^\circ$ ($\angle OCQ$ — архимед м.к. CQ — касательная)

$$\sin 36^\circ = \sin \angle OCQ = \frac{OQ}{CO} = \frac{r}{\sqrt{2}(2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}} + r)} = \frac{\sqrt{5 - \sqrt{5}}}{2\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow 2r = 2\sqrt{5 - \sqrt{5}} - 5 + \sqrt{5} + r\sqrt{5 - \sqrt{5}} \quad (r \neq \sqrt{5 - \sqrt{5}} - 2)$$

$$r = \frac{\sqrt{5 - \sqrt{5}}(2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}})}{2 - \sqrt{5 - \sqrt{5}}} = \sqrt{5 - \sqrt{5}} \quad (+)$$

Ответ: $\sqrt{5 - \sqrt{5}}$

$n=3$

$$\begin{cases} x^2 - 23y + 66z + 612 = 0 \\ y^2 + 62x - 20z + 296 = 0 \\ z^2 - 22x + 67y + 505 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 23y + 66z + 612 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 + 40x + 44y + 46z + 1413 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x+20)^2 + (y+22)^2 + (z+23)^2 = 0 \\ \vdots \end{cases}$$

или $(x+20)^2 \geq 0$ $x = -20$
 $(y+22)^2 \geq 0$ $y = -22$
 $(z+23)^2 \geq 0$ $z = -23$

Ответ: $x = -20$; $y = -22$; $z = -23$



Бланк олимпиадной работы

$n=4$
 $e) r = 26 \cdot \frac{\cos \frac{\pi}{7}}{\sin \frac{\pi}{7}} \rightarrow$ неверное утверждение.

$\Rightarrow f(r) = \frac{26 \cos \frac{\pi}{7}}{\sin \frac{\pi}{7}} + \sqrt{676 - 676 \sin^2 \frac{\pi}{7}} = \frac{26 \cos \frac{\pi}{7}}{\sin \frac{\pi}{7}} + 26 \sin \frac{\pi}{7} = \frac{26}{\sin \frac{\pi}{7}}$

Тогда площадь конца покрыва: разность площадей двух окружностей с радиусами $\frac{26}{\sin \frac{\pi}{7}}$ и r

$\Rightarrow S = \frac{26^2}{\sin^2 \frac{\pi}{7}} - 26^2 \cdot \cos^2 \frac{\pi}{7} = 26^2 \left(\frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{7}} - \cos^2 \frac{\pi}{7} \right) = 676\pi$

Ответ: $r_{\max} = \frac{26}{\sin \frac{\pi}{7}}$; $S = 676\pi$

задача не решена. О.Б.А.А.В.