



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 85423 Класс 10

Вариант 41 Дата 19.02.2022



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

$$425 - a > 0 \Rightarrow a < 425$$

$$y = 340 - 5x = 340 - 5 \cdot \frac{425 - a}{7} = \frac{340 \cdot 7 - 5 \cdot 425 + 5a}{7} = \frac{2380 - 2125 + 5a}{7} = \frac{255 + 5a}{7}$$

$$= \frac{255 + 5a}{7} = \frac{5}{7}(51 + a) \text{ удовлетворяет условию } y > 0 \text{ при}$$

$$\frac{5}{7}(51 + a) > 0$$

$$51 + a > 0 \Rightarrow a > -51$$

$$z = 85 - x = 85 - \frac{425 - a}{7} = \frac{85 \cdot 7 - 425 + a}{7} = \frac{595 - 425 + a}{7} = \frac{170 + a}{7}$$

удовлетворяет условию $z > 0$ при $\frac{170 + a}{7} > 0$:

$$170 + a > 0 \Rightarrow a > -170$$

Кроме того, должны выполняться неравенства треугольника:

1) $x + y > z$:

$$\frac{425 - a}{7} + \frac{255 + 5a}{7} > \frac{170 + a}{7}$$

$$680 + 4a > 170 + a$$

$$3a > -510$$

$$a > -170$$

2) $x + z > y$:

$$\frac{425 - a}{7} + \frac{170 + a}{7} > \frac{255 + 5a}{7}$$

$$340 > 5a$$

$$a < 68$$

3) $y + z > x$:

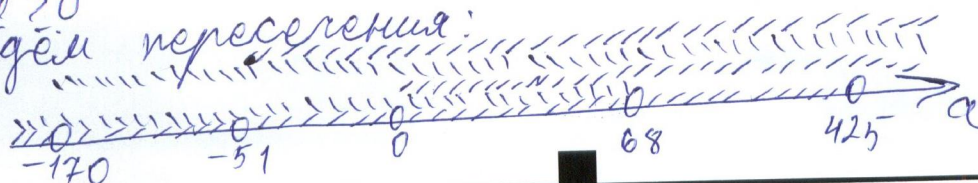
$$\frac{255 + 5a}{7} + \frac{170 + a}{7} > \frac{425 - a}{7}$$

$$425 + 6a > 425 - a$$

$$7a > 0$$

$$a > 0$$

Найдём пересечение:





$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 85423 Класс 10

Вариант 41 Дата 19.02.2022



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

$-1 \leq \sin \frac{\pi x}{10} \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \left| \sin \frac{\pi x}{10} \right| \leq 1$, т.е. наше неравенство будет верным при $\frac{5b+5}{\sqrt[4]{b} \cdot t} \leq 1$.

$$\frac{5b+5}{\sqrt[4]{b} \cdot t} - 1 \leq 0$$

$$\frac{5b+5 - \sqrt[4]{b} \cdot t}{\sqrt[4]{b} \cdot t} \leq 0. \text{ п.к. } b \neq 0 \text{ и } t \neq 0, \text{ то:}$$

$$b > 0 \quad t > 0$$

$$5b+5 - \sqrt[4]{b} \cdot t \leq 0$$

Неравенство будет иметь хотя бы 1 решение при пересечении оси абсцисс, то есть при $D \geq 0$.

$$D = (-\sqrt[4]{b})^2 - 4 \cdot 5b \cdot 5 = -\sqrt{b} - 100b$$

$$\sqrt{b} - 100b \geq 0$$

$$\sqrt{b} \geq 100b \quad (\text{не забываем, что } b > 0)$$

$$b \geq 10^4 \cdot b^2$$

$$10^4 b^2 - b \leq 0 \Rightarrow b(10^4 b - 1) \leq 0$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ \hline 0 \quad -4 \quad 10^{-4} \end{array} \quad b$$

$$b \in (0; 10^{-4}]$$

Тогда максимальное значение b равно 10^{-4} . Действительно, тогда $D = 0 \Rightarrow t = \frac{10^{-1}}{10 \cdot 10^{-4}} = 100$

$$(x-5)^2 = 100$$

$$\begin{cases} x-5=10, \\ x-5=-10, \end{cases} \quad \begin{cases} x=15, \\ x=-5, \end{cases}$$

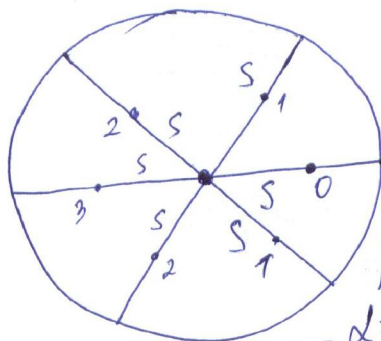
оба корня подходят под условия $x \neq 5$ и $-5+20k \leq x \leq 5+20k, k \in \mathbb{Z}$

Ответ: 10^{-4} .

105

Задание №4.

Изобразим поле в виде окружности с 6 равными секторами. Тогда при вершине каждого сектора будет равен $\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$.



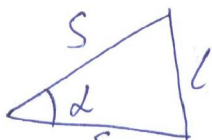
Так как скорость теломов
одинаковая ($5 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$), то за
час каждый из них пройдёт
 $S = 5 \text{ км}$.

Пусть случай, когда теломы
пошли по одной дороге будет 0;
когда угол между их дорогами
 $\alpha = \frac{\pi}{3}$ будет 1; если $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ это
будет 2; если $\alpha = \pi$, то это 3.

Первый телом может выбрать дорогу случайно. Будем считать,
что он достиг точки 0.

0. Если оба теломы пошли по одной дороге, то через час
между ними будет расстояние, равное 0 км.

1. Если $\alpha = \frac{\pi}{3}$, то образуется треугольник:



По теореме косинусов:

$$l^2 = S^2 + S^2 - 2 \cos \alpha \cdot S \cdot S = 2S^2 - 2S^2 \cos \alpha = 2S^2(1 - \cos \alpha)$$

$$l = \sqrt{2S^2(1 - \cos \alpha)} = \sqrt{2 \cdot 25(1 - \cos \frac{\pi}{3})} = \sqrt{50 \cdot \frac{1}{2}} = 5 \text{ км}.$$

$5 < 8 \Rightarrow$ случай 1 нам тоже не подходит.

2. $\alpha = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow$ имеем треугольник:



$$l = \sqrt{2S^2(1 - \cos \alpha)} = \sqrt{50 \cdot (1 - \cos \frac{2\pi}{3})} = \sqrt{50 \cdot \frac{3}{2}} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ км}$$

$$5\sqrt{3} > 8$$

$\sqrt{75} > \sqrt{64} \Rightarrow$ случай 2 нам подходит.

3. Теломы идут в противоположных направлениях,
и тогда $l = 2S = 10 \text{ км} \Rightarrow$ случай 3 нам подходит.



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр 85423 Класс 10

Вариант 41 Дата 19.02.2022

Из того имеем, что из случая "0", двух случаев "1", двух случаев "2", случая "3" нам подходит два случая "2" и случая "3".

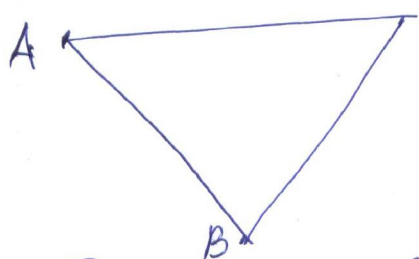
$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

205

Задание 5.

Пусть I станция — точка A, II станция — B, III станция — C. Они образуют треугольник:



По условию задачи запишем выражения:

$$AB + BC = 4 AC$$

$$AC + BC = AB + \alpha \text{ км}$$

$$AB + AC = 85 \text{ км}$$

Пусть $AB = x$, $BC = y$, $AC = z$. Т.к. AB, BC, AC — стороны треугольника, то $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$. Получаем систему:

$$\begin{cases} x + y = 4z, \\ z + y = x + \alpha, \\ x + z = 85, \\ x > 0, \\ y > 0, \\ z > 0. \end{cases}$$

Нам нужно найти значения параметра α , при котором данная система имеет решения.

$$x + z = 85 \Rightarrow z = 85 - x$$

$$x + y = 4z \Rightarrow y = 4z - x = 4 \cdot 85 - 4x - x = 340 - 5x$$

$$z + y = x + \alpha \Rightarrow 85 - x + 340 - 5x = x + \alpha$$

$$7x = 425 - \alpha$$

$$x = \frac{425 - \alpha}{7} \text{ удовлетворяет при } x > 0, \text{ т.е. при } \frac{425 - \alpha}{7} > 0.$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 85423 Класс 10

Вариант 41 Дата 19.02.2022



$$\alpha \in (0; 68).$$

$$\text{Пусть } \alpha = 5:$$

$$x = \frac{425 - \alpha}{7} = \frac{425 - 5}{7} = \frac{420}{7} = 60 \text{ км}$$

$$y = \frac{5}{7}(51 + \alpha) = \frac{5}{7}(51 + 5) = \frac{5 \cdot 56}{7} = 5 \cdot 8 = 40 \text{ км}$$

$$z = 85 - x = 85 - 60 = 25 \text{ км}$$

Ответ: $\alpha \in (0; 68)$; 60 км, 40 км, 25 км.

Задача 1.

$$x^6 - 2021x^2 + \sqrt{2021} = 0$$

$$x^6 - 2021x^2 - x^2 + \sqrt{2021} = 0$$

$$x^2(x^4 - 2021) - (x^2 - \sqrt{2021}) = 0$$

$$x^2(x^2 - \sqrt{2021})(x^2 + \sqrt{2021}) - (x^2 - \sqrt{2021}) = 0$$

$$(x^2 - \sqrt{2021})(x^2(x^2 + \sqrt{2021}) - 1) = 0$$

$$x^2 - \sqrt{2021} = 0 \quad \text{или} \quad x^2(x^2 + \sqrt{2021}) - 1 = 0$$

$$x^2 = \sqrt{2021} \quad x^4 + x^2\sqrt{2021} - 1 = 0$$

$$x = \pm \sqrt[4]{2021} \quad \text{Пусть } t = x^2, t \geq 0:$$

$$t^2 + t\sqrt{2021} - 1 = 0$$

$$D = 2021 + 4 = 2025 = 5 \cdot 5 \cdot 9 = 5 \cdot 3^2 = 1$$

$$= 45^2$$

$$t_1 = \frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}$$

$$t_2 = \frac{-\sqrt{2021} - 45}{2} < 0 \Rightarrow \text{не подходит, т.к. тогда } x^2 < 0.$$

$$x^2 = \frac{45 - \sqrt{2021}}{2}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{45 - \sqrt{2021}}{2}}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt[4]{2021}; -\sqrt[4]{2021}; \sqrt{\frac{45 - \sqrt{2021}}{2}}; -\sqrt{\frac{45 - \sqrt{2021}}{2}}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр 85423 Класс 10

Вариант 41 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
	5	1	0			2	0	2	0

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

5 5

Пятьдесят пять

Хайбуллин Р. Я.

Задача 2.

Рассмотрим случай, когда $b=0$:

$$b\sqrt{b}(x^2-10x+25) + \frac{\sqrt{b}}{(x-5)^2} \leq \frac{1}{5} \cdot \sqrt[4]{b^3} \cdot \left| \sin \frac{\pi x}{10} \right|$$

$$b\sqrt{b}(x-5)^2 + \frac{\sqrt{b}}{(x-5)^2} \leq \frac{1}{5} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt[4]{b^3} \cdot \left| \sin \frac{\pi x}{10} \right|$$

$\sqrt{b}$ и $\sqrt[4]{b}$ имеют смысл при $b \geq 0$;

$\frac{\sqrt{b}}{(x-5)^2}$ имеет смысл при $(x-5)^2 \neq 0$, т.е. при $x \neq 5$;

$$-1 \leq \sin \frac{\pi x}{10} \leq 1 \text{ должно выполняться при } -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq \frac{\pi x}{10} \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z},$$

поэтому x такой, что $-5 + 20k \leq x \leq 5 + 20k, \quad k \in \mathbb{Z}$.

Если $b=0$, то получаем выражение

$$0+0 \leq 0, \text{ которое верно для всех } x, \text{ где } x \neq 5; -5+20k \leq x \leq 5+20k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Рассмотрим случай, когда $b > 0$:

$$b\sqrt{b}(x^2-10x+25) + \frac{\sqrt{b}}{(x-5)^2} \leq \frac{1}{5} \cdot \sqrt[4]{b^3} \cdot \left| \sin \frac{\pi x}{10} \right|$$

$$b\sqrt{b}(x-5)^2 + \frac{\sqrt{b}}{(x-5)^2} \leq \frac{1}{5} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt[4]{b^3} \cdot \left| \sin \frac{\pi x}{10} \right| \quad (: \sqrt{b})$$

$$b(x-5)^2 + \frac{1}{(x-5)^2} \leq \frac{1}{5} \cdot \sqrt[4]{b^3} \cdot \left| \sin \frac{\pi x}{10} \right| \quad (1.5)$$

$$5b(x-5)^2 + \frac{5}{(x-5)^2} \leq \sqrt[4]{b^3} \cdot \left| \sin \frac{\pi x}{10} \right|$$

Пусть $(x-5)^2 = t$, где $t \neq 0$, т.е. $x \neq 5$.

$$5bt + \frac{5}{t} \leq \sqrt[4]{b^3} \cdot \left| \sin \frac{\pi x}{10} \right| \quad (1.6)$$

$$5bt^2 + 5 \leq \sqrt[4]{b^3} \cdot t \cdot \left| \sin \frac{\pi x}{10} \right|$$

$$\left| \sin \frac{\pi x}{10} \right| \geq \frac{5bt^2 + 5}{\sqrt[4]{b^3} \cdot t}$$