



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

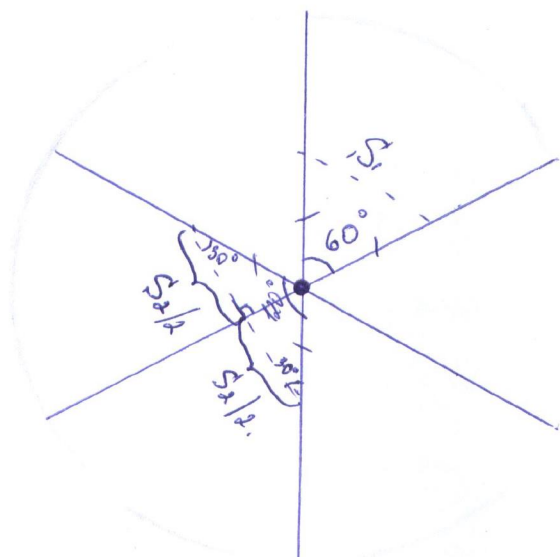
Математика

Шифр 98248 Класс 10

Вариант 42 Дата 19.02.2022



Задание 4.



$$v = 4 \text{ км/ч}$$

р тою, что $S \geq 6 \text{ км}$ - ?

Каждый час за час
пройдёт 4 км.

1. Допустим, что они на соседних
дорогах $\Rightarrow S_1 = 4 \text{ км}$, т.к. Δ - μ / с.
(угол = 60°)

2. Допустим, что между ними
1 дорога $\Rightarrow S_2 = 2 \cdot 4 \cdot \cos 30^\circ =$
 $= 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

$$4\sqrt{3} \geq 6, \text{ т.к. } \sqrt{3} > 1,5 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ этот вариант нам подходит.

3. Если они на одной дороге, то $S = 0 \text{ км}$

4. Если они на диаметрально противоположных, то $S = 8 \text{ км}$

Нам не подходит 3 варианта из 6 (боковые дороги) и если на одной

$$\Rightarrow p = 0,5$$

178

Ответ: $p = 0,5 = 50\%$ - вероятно тою, что между
ними будет $\geq 6 \text{ км}$ ещё час.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

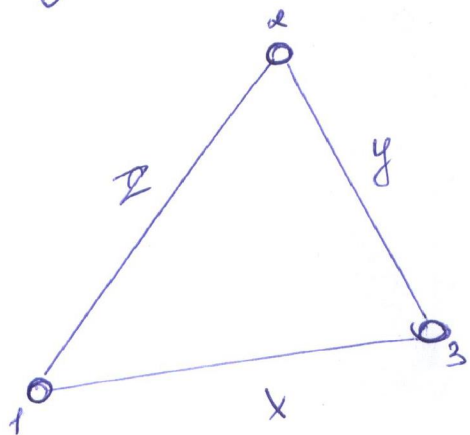
Шифр 98248 Класс 10

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Вариант 42 Дата 19.02.2022



Задача 5. 1) $a = ?$
2) $x, y, z = ?$ при $a = 15 \text{ км}$



$$S_{13} = x$$

$$S_{13,2} = 2x = z + y$$

через 2ю сторону.

$$S_{12} = z$$

$$S_{12,3} = x + y = z + a$$

$$S_{23} = y$$

$$S_{23,1} = z + x = 75 \text{ км.}$$

$$\begin{cases} z + y = 2x \\ x + y = z + a \\ x + z = 75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z + y + x = x \\ x + y = z + a \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (z + y) - x = z + a - y \Rightarrow 2y = a + x$$

$$x + y = z + a \Rightarrow 2x + 2y = 2z + 2a \Rightarrow 3y = z + 2a \Rightarrow 2y = a + x$$

$$\Rightarrow 2z + 4a = 3a + 3x \Rightarrow a = 3x - 2z = 3 \cdot 75 - 5z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5z + a = 225 \Rightarrow 4z + x + y = 225 \Rightarrow 3z + y = 150$$

$$\begin{cases} 2x = z + y \\ x + y = z + a \\ z + x = 75 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 75 - z \\ 150 - 2z = z + y \\ 75 - z + y = z + a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 75 - z \\ 3z + y = 150 \\ 2z + a = 75 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 75 - z \\ y = 150 - 3z \\ 2z + a = 75 - 150 + 3z \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{при } a = 15: \begin{cases} x = 75 - z \\ y = 150 - 3z \\ a = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 75 - z \\ y = 150 - 3z \\ a = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 90 \\ x = -15 \\ y = -120 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 75 - z \\ y = 150 - 3z \\ a = 15 \end{cases}$$

00



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 98248 Класс 10

Вариант 42 Дата 19.02.2022



Задача 2. $m_{\max} - ?$

хотел бы одно решение

$$m \sqrt{m} (x^2 - 6x + 9) + \frac{\sqrt{m}}{(x^2 - 6x + 9)} \leq \sqrt[4]{m^3} \cdot \left| \cos \frac{\pi x}{5} \right|$$

$$m \sqrt{m} (x-3)^2 + \frac{\sqrt{m}}{(x-3)^2} \leq \sqrt[4]{m^3} \cdot \left| \cos \frac{\pi x}{5} \right|$$

$m \geq 0$, иначе решений нет

$$m \cdot \sqrt[4]{m^2} (x-3)^2 + \frac{\sqrt[4]{m^2}}{(x-3)^2} \leq \sqrt[4]{m^2} \cdot \sqrt[4]{m} \left| \cos \frac{\pi x}{5} \right|$$

т.к. $m \geq 0$, сократим на $\sqrt[4]{m^2} = \sqrt{m}$

$$m (x-3)^2 + \frac{1}{(x-3)^2} \leq \sqrt[4]{m} \left| \cos \frac{\pi x}{5} \right|$$

$$\text{т.к. } \left| \cos \frac{\pi x}{5} \right| \leq 1 \Rightarrow m (x-3)^2 + \frac{1}{(x-3)^2} \leq \sqrt[4]{m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(x-3)^4} \leq \sqrt[4]{m} (1 - \sqrt[4]{m^3}) \Rightarrow m < \sqrt[4]{m} \Rightarrow 1 > \sqrt[4]{m^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m < 1. \text{ При } x \rightarrow \infty: \frac{1}{(x-3)^4} \neq 0, \text{ но } < 1.$$

Получим $m_{\max} \rightarrow 1$, но не достигает её, иначе решений нет

Ответ: $m_{\max} < 1$.



35



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр 98248 Класс 10

Вариант 42 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
5	3	3	1	7					

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

2	8	Двадцать восемь				Хайбуллин Р.Я.			
---	---	-----------------	--	--	--	----------------	--	--	--

Задание 1.

$$x^6 - 2022x^2 - \sqrt{2021} = 0$$

$$x^6 - 2022x^2 = \sqrt{2021}$$

$$x^2(x^4 - 2022) = \sqrt{2021} \quad x^2 = t$$

$$t(t^2 - 2022) = \sqrt{2021} \quad \sqrt{2021} = t \cdot \sqrt{2021} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t^3 - 2022t - \sqrt{2021} = 0$$

$$t(t^2 - 2022) - (t + \sqrt{2021}) = 0$$

$$t(t - \sqrt{2021})(t + \sqrt{2021}) - (t + \sqrt{2021}) = 0$$

$$(t + \sqrt{2021})(t(t - \sqrt{2021}) - 1) = 0$$

$$\left[\begin{aligned} t &= -\sqrt{2021} \Rightarrow x^2 = -\sqrt{2021} \Rightarrow \emptyset \\ t^2 - \sqrt{2021}t - 1 &= 0 \Rightarrow D = 2021 + 4 = 2025 = 45^2 \end{aligned} \right.$$

$$t = \frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2}$$

$$t = \frac{\sqrt{2021} - 45}{2} < 0 \Rightarrow \text{не подходит}$$

$$x^2 = \frac{\sqrt{2021} + 45}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$$

Ответ: $x = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$

55



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 98248 Класс 10

Вариант 42 Дата 19.02.2022



Задание 3.

$$\triangle CPD \sim \triangle BPA$$

$$\frac{CP}{BP} = \frac{PD}{PA}$$

Дано: $AB = 101$; $CD = 20$;
 $ABCD$ - трапеция; $AC \perp BD$

Найти: $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$

Решение:

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = AD \cdot BC \cdot \cos \alpha,$$

где α - угол APB

P - пересечение AD и BC .

$$S_{ABCD} = \frac{AB+CD}{2} \cdot h$$

$$= \frac{HE \cdot BD}{2}$$

$$\triangle AOB \sim \triangle COD \Rightarrow$$

$$\frac{AO}{OB} = \frac{OC}{OD} = \frac{101}{20} = 5\frac{1}{20}$$

$$AO = \sqrt{101^2 - OB^2}$$

$$OB = \sqrt{101^2 - AO^2}$$

$$AB = \sqrt{AO^2 + \left(\frac{20}{101}\right)^2 OB^2}$$

$$BC = \sqrt{OB^2 + \left(\frac{20^2}{101}\right) AO^2}$$

$$AD = \sqrt{101^2 - OB^2 + \left(\frac{20}{101}\right)^2 OB^2} = \sqrt{101^2 - \frac{20^2}{101^2} OB^2} = \sqrt{101^2 - \frac{101^2 - 20^2}{101^2} (101^2 - AO^2)}$$

$$BC = \sqrt{101^2 - AO^2 + \frac{20^2}{101^2} AO^2} = \sqrt{101^2 - \frac{(101^2 - 20^2)}{101^2} AO^2}$$

$$AD \cdot BC = \sqrt{\left(101^2 - \frac{91 \cdot 121}{101^2} AO^2\right) \left(\frac{91 \cdot 121}{101^2} AO^2 + 101^2 - 101^2 + 20^2\right)} =$$

$$= \sqrt{\left(101^2 - \frac{91 \cdot 121}{101^2} AO^2\right) \left(\frac{91 \cdot 121}{101^2} AO^2 + 20^2\right)}$$

35