



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр 94302 Класс 11

Вариант 41 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу.

Образец заполнения:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
5		1	5	8		8			

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

3	6	Тридцать шесть				Хайбуллин Р.Я.			
---	---	----------------	--	--	--	----------------	--	--	--

$$1. x^6 - 2022x^2 + \sqrt{2021} = 0; \quad x^2 = t; \quad t \geq 0 \quad (\text{Задача 1})$$

$$t^3 - 2022t + \sqrt{2021} = 0;$$

$$t^3 - 2022t - t + \sqrt{2021} = 0;$$

$$t(t^2 - 2021) - (t - \sqrt{2021}) = 0;$$

$$t(t - \sqrt{2021})(t + \sqrt{2021}) - (t - \sqrt{2021}) = 0;$$

$$(t - \sqrt{2021})(t^2 + t\sqrt{2021} - 1) = 0;$$

$$\begin{cases} t = \sqrt{2021} \\ t^2 + t\sqrt{2021} - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} t = \sqrt{2021} \\ t = \frac{-\sqrt{2021} \pm 45}{2}; \end{cases}$$

$$\frac{-\sqrt{2021} - 45}{2} < 0 \quad -$$

лишний
корень
($t \geq 0$)

$$\Delta = 2021 + 4 = 2025 = 45^2$$

$$\begin{cases} t = \sqrt{2021} \\ t = \frac{45 - \sqrt{2021}}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = \sqrt{2021} \\ x^2 = \frac{45 - \sqrt{2021}}{2}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pm \sqrt[4]{2021} \\ x = \pm \sqrt{\frac{45 - \sqrt{2021}}{2}}; \end{cases}$$

Ответ: $\pm \sqrt[4]{2021}; \pm \sqrt{\frac{45 - \sqrt{2021}}{2}};$

55



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр 94302 Класс 11

Вариант 41 Дата 19.02.2022



Задание 6 (продолжение)

$$V = Sh; \quad S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(x \cdot 2\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(\frac{7}{2} \cdot 2\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{7^2 \cdot 3\sqrt{3}}{4} =$$

$$= \frac{48^2}{5} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{12 \cdot 3\sqrt{3}}{5}$$

$$V = \frac{48^2}{5} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{6 - \frac{48^2}{5}}$$

$$V = \frac{12 \cdot 3\sqrt{3}}{5} \cdot \sqrt{6 - \frac{48}{5 \cdot 4}} =$$

$$= \frac{36\sqrt{3}}{5} \cdot \sqrt{\frac{30-12}{5}} = \frac{36\sqrt{3}}{5} \cdot \sqrt{\frac{18}{5}} = \frac{36\sqrt{3}}{5} \cdot 3 \sqrt{\frac{2}{5}} =$$

$$= \frac{108 \sqrt{6} \cdot \sqrt{5}}{25} = \frac{108 \sqrt{30}}{25}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр

94302 Класс

11

Вариант

41

Дата

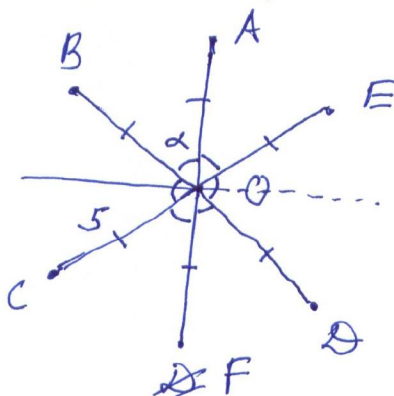
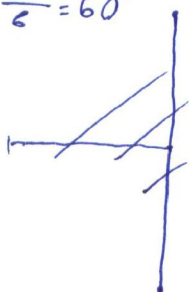
19.02.2022



Задача 4.

Через 1 час геолог пройдут $5 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 12 = 5 \text{ км}$. Для решения задачи не важно, какую дорогу выбрали оба геолога, т.к. важно, куда направился один геолог относительно другого, поэтому одного из них можно "закрепить":

$$\angle = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$



Пусть один геолог выбрал дорогу OA. Тогда второй геолог мог выбрать одну из шести дорог (вытвоя OA). Если он выберет OA, через час геолог окажутся

оба в точке A, т.е. расстояние между ними равно 0. Если выберет OB или OE, расстояние между ними будет равно $AB = AE = 5$, т.к. $\triangle ABO = \triangle EAO$ (по 2 сторонам и углу между ними) и $\triangle ABO$ — равнобедренный (равнобедренный треугольник с углами в вершине, равными 60°). Если выберет OC или OD, расстояние будет равно $AC = AD$ ($\triangle AOC = \triangle AOD$). $\triangle AOC$ — равнобедренный, $\angle AOC = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$, $AO = OC = 5$, поэтому $AC = AD = \sqrt{25 + 25 - 2 \cdot 25 \cdot \cos 120^\circ} = 5\sqrt{3}$ (по теореме косинусов). $5\sqrt{3} = \sqrt{75} > \sqrt{64} = 8$;

Если второй геолог выберет дорогу OF, расстояние между геологами AF будет равно $5 + 5 = 10$. Из 6 случаев расстояние между геологами больше 8 лишь в 3.

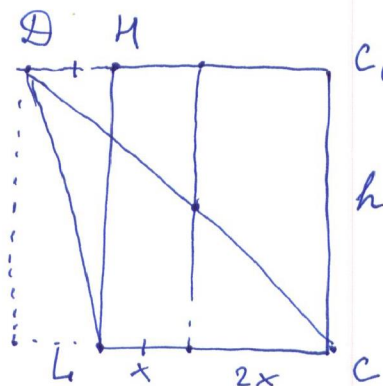
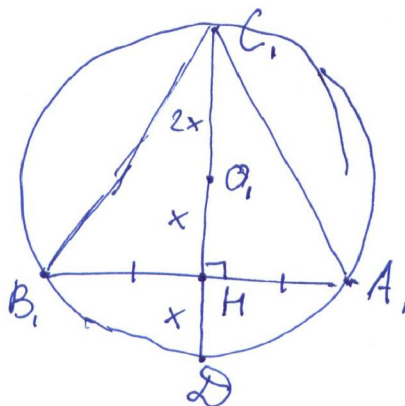
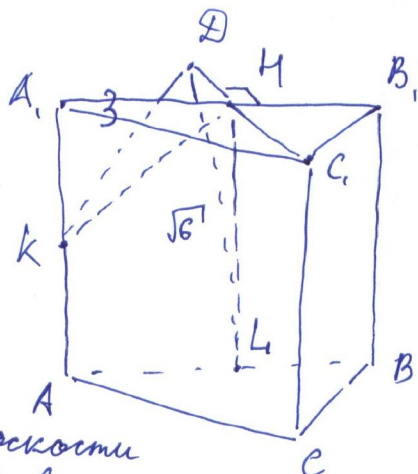
$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Ответ: 0,5

85



Задание 6.



плоскости

В верхнем основании C, D проходит через O , пересекая ось призмы. CO — высота $\triangle ABC$, поэтому $CD \perp AB$.

$$C_1 O_1 = O_1 D = r$$

$$\left. \begin{array}{l} C_1 O_1 = O_1 D = r \\ C_1 O_1 = 2O_1 H \text{ (} C_1 O_1 \text{ - медиана)} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} \angle H = 90^\circ \\ \angle M = 90^\circ \end{array}$$

$$L, H = h, \text{ где } h - \text{высота пружины. Из } \triangle DML: L, H = \sqrt{DL^2 - DH^2} = \sqrt{6 - \frac{2^2}{4}};$$

$$K\Phi = \sqrt{KM^2 + DM^2} \text{ (wegen } \triangle KMD \text{ mit } \angle M = 90^\circ, DM \perp (ABB_1)) ;$$

$$KM = \sqrt{A_1 K^2 + A_1 H^2} = \frac{A_1 B_1}{2} = \frac{a}{2};$$

Уг. $\triangle B_1HC$, ($\angle H = 90^\circ$): $\operatorname{tg} \angle B_1 = \frac{3x}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3}$; ~~$a = \sqrt{3}$~~ $a = x \cdot 2\sqrt{3}$;

$$x = \frac{7}{2}$$

$$K\theta = 3 = \sqrt{\frac{z^2}{4} + \frac{h^2}{2} + \frac{z^2}{2}} \quad ; \quad \frac{3}{4}z^2 + \sqrt{6 - \frac{z^2}{2}}$$

$$\frac{3}{4} z^2 + \frac{1}{2} \left(6 - \frac{z^2}{4} \right) = 9 ;$$

$$z^2 \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{8} \right) = 9 - 3,$$

$$z^2 = \frac{6.8}{5} = \frac{48}{5}, ?$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр

94302 Класс

11

Вариант 41

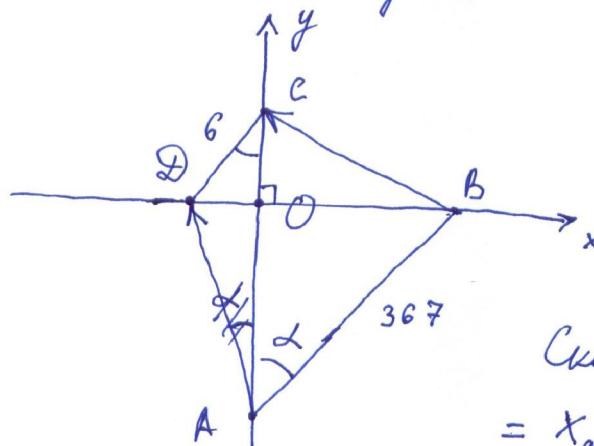
Дата

19.02.2022



Задание 3.

Пусть диагонали трапеции $ABCD$ AC и BD пересекаются в точке O . Построим систему координат xOy , где точка O - начало координат, а диагонали трапеции лежат на осях Ox и Oy :



Обозначим векторы $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{BC}$ за $\vec{a}$ и $\vec{b}$, а угол $\angle CAB = \angle$;

$\angle CAB$
 $ABCD$ - трапеция, поэтому $AB \parallel CD$, а т.к. AC - секущая, то $\angle CAB = \angle ACD = \angle$;

Скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_a x_b + y_a y_b$, где x_a, x_b, y_a, y_b - координаты.

Координаты $\vec{a}$: $\vec{a} \{-CD \sin \angle; AB \cos \angle\}$

$\vec{b}$: $\vec{b} \{-AB \sin \angle; CD \cos \angle\}$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= (-CD \sin \angle)(-AB \sin \angle) + AB \cos \angle \cdot CD \cos \angle = \\ &= CD \cdot AB (\sin^2 \angle + \cos^2 \angle) = AB \cdot CD = 367 \cdot 6 = 2202 \end{aligned}$$

Ответ: 2202



155.