№ 2

$x-5=t$;

$\sin\left(\frac{\pi}{10}x\right)=\sin\frac{\pi}{10}t\cdot\cos\frac{\pi}{2}+\sin\frac{\pi}{2}\cdot\cos\frac{\pi}{10}t=\cos\frac{\pi}{10}t$;

Сократим на $\sqrt{b}$, $b>0$;

$b\cdot t^2+\frac{1}{t^2}\le\frac{1}{5}\cdot b^{\frac{1}{4}}\cdot\left|\cos\frac{\pi}{10}t\right|$; $t\neq0$;

$b^{\frac{1}{4}}=c$; Домножим на t^2;

$5\cdot c^4t^4+\frac{5}{c^4}\le c\cdot\left|\cos\frac{\pi}{10}t\right|$;

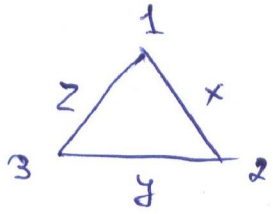
$5\cdot c^3\cdot t^4+\frac{5}{c}\le\left|\cos\frac{\pi}{10}t\right|$;

Заметим, что $5\cdot c^3t^4\ge0$, и $\left|\cos\frac{\pi}{10}t\right|\le1$, тогда $c\le5\Rightarrow c=5$; $b=625$;

$625t^4+1\le\left|\cos\frac{\pi}{10}t\right|$, выполнено при $t=0$;

Ответ: 625.

№5



$$\begin{cases} x+y=4z; \\ z+y=x+9; \\ x+z=85; \end{cases} \quad x,y,z>0;$$

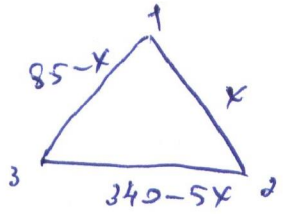
1) $z=85-x;$

2) $x+y=4\cdot(85-x)=340-4x;$

$y=340-5x;$

3) $(85-x)+(340-5x)=x+9;$

$425=7x+9;$



Выполним неравенства треугольника:

1) $0<85-x<x+(340-5x);$

$x<85$ и $3x<340-85=255;$

$\boxed{x<85}$

2) $0<340-5x<(85-x)+x;$

$x<68$ и $51<x;$

$\boxed{51<x<68;}$

3) $0<x<(340-5x)+(85-x);$

$0<x$ и $x<\frac{425}{7}=60\frac{5}{7};$

$\boxed{0<x<60\frac{5}{7};}$

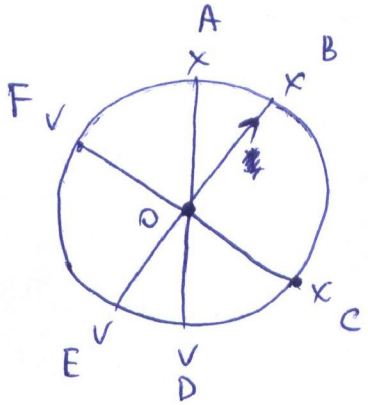
Итог: $51<x<60\frac{5}{7};$ Тогда: $0<425-7x=9<68;$

Возможные значения 9: $(0;68);$

$$\begin{cases} 9=5 \\ x=60 \\ z=25 \\ y=40 \end{cases}$$

Ответ: $9\in(0,68);$ 60, 25, 40 – расстояния.

+ 20б



№4

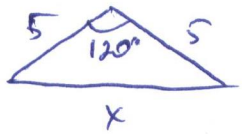
1.) Очевидно, что если они пойдут по одной и той же дороге, то расстояние между ними будет 0, что < 8.

2) Если они пойдут по соседним дорогам:



$x = 2 \cdot 5 \cdot \sin 30^\circ = \frac{10}{2} = 5 < 8.$

3) Если они пойдут по дорогам, через одну:



$x = 2 \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$;

$5\sqrt{3} \;?\; 8$

$75 \;?\; 64$ – да.

4) В ~~этом~~ остальных случаях автоматом? расстояние между ними > 8, т.к. в случае 3) расстояние больше 8.

Итог:

Если первый пошёл по дороге OB, то чтобы условие выполнялось, ~~вторая~~ второй должен пойти по одной из дорог OD, OE, OF, что составляет ровно половину от всех дорог.

А тогда вероятность $\frac{1}{2}$;

Ответ: $\frac{1}{2}$;

+ 10б

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

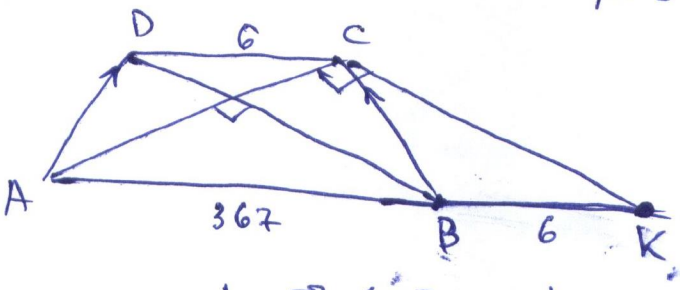
Математика

Площадка написания
Уфимский государственный нефтяной технический университет

Шифр 98522 Класс 11

Вариант 41 Дата 19.02.2022

№3



Проведём $CK \parallel DB$, тогда $BK = 6$;

$\vec{AD} \cdot \vec{BC} = (\vec{AB} + \vec{BD}) \cdot (\vec{BA} + \vec{AC}) =$

$= -\vec{AB}^2 + \vec{AB} \cdot \vec{AC} + \vec{BD} \cdot \vec{BA} =$

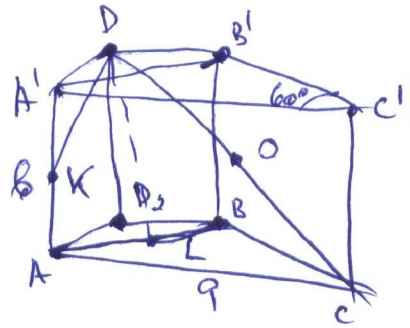
$= -367^2 + \vec{AB} \cdot (\vec{AC} + \vec{DB}) = -367^2 + \vec{AB} \cdot (\vec{AC} + \vec{CK}) =$

$= -367^2 + \vec{AB} \cdot \vec{AK} = -367^2 + 367 \cdot (367 + 6) = 367 \cdot 6 =$

$= 2202.$

Ответ: 2202. +) 155

№ 6

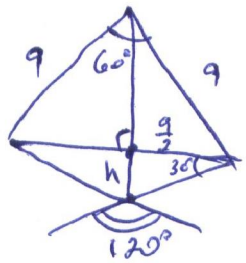


Заметим, что $OD = OC$ (т.к. CD — диаметр).

А тогда D лежит в плоскости $A'B'C'$.

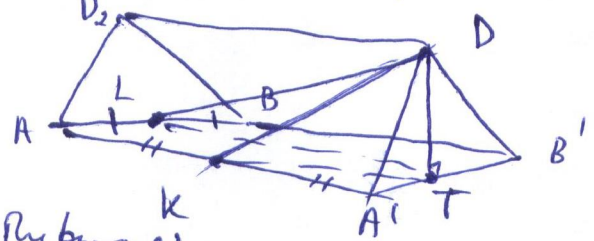
А тогда $\angle A'DB' = 180 - 60° = 120°$;

(потому A', D, B', C' — на одной окружности).



$h = \frac{9}{2} \cdot \operatorname{tg} 30° = \frac{9}{2\sqrt{3}}$; ($9 = AB$);

Перерисуем картинку:



По теореме Пифагора:

$\begin{cases} DT^2 + TK^2 = KD^2; \\ DT^2 + TL^2 = DL^2; \end{cases}$

$AB = 9$, $AA' = 6$;

$KT = \frac{1}{2} AB' = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{9^2 + 6^2}$;

Тогда:

$\begin{cases} \frac{9^2}{12} + \frac{9^2+6^2}{4} = 9; \\ \frac{9^2}{12} + 6^2 = 6; \end{cases}$

$\begin{cases} 4 \cdot 9^2 + 3 \cdot 6^2 = 108; \\ 9^2 + 12 \cdot 6^2 = 72 \end{cases}$ | $4 \cdot 9^2 + 48 \cdot 6^2 = 288$;

$456^2 = 180$;

$6^2 = \frac{180}{45} = 4$;

$\boxed{6 = 2}$;

$9^2 + 48 = 72$;

$9^2 = 24$;

$\boxed{9 = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}}$;

Ищем объём:

$V = 6 \cdot S_{ABC} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 9^2 =$

$= 2 \cdot 24 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3}$;

Ответ: $12\sqrt{3}$;

Ж 30б

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Уфимский государственный нефтяной технический университет

Шифр 98522 Класс 11

Вариант 41 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5		15	10	20	30				

Оценка цифрами: 80

Оценка прописью: Восемьдесят

Подпись: Хайбуллин Р.Я.

№1

$x^2 = y,\ y \geq 0;$

$y^3 - 2022y + \sqrt{2021} = y^3 - 2021y - y + \sqrt{2021} = y\cdot(y-\sqrt{2021})\cdot(y+\sqrt{2021}) -$

$-(y-\sqrt{2021}) = (y-\sqrt{2021})\cdot(y^2+\sqrt{2021}y-1) = 0;$

$\left[\begin{array}{l} y = \sqrt{2021} \\ y^2+\sqrt{2021}y-1=0; \end{array}\right.$

$D = 2021+4 = 45^2;$

$y = \frac{-\sqrt{2021}\pm 45}{2}$, т.к. $y \geq 0$, то $y = \frac{45-\sqrt{2021}}{2};$

$x = \left[\begin{array}{l} \pm\sqrt[4]{2021} \\ \pm\sqrt{\frac{45-\sqrt{2021}}{2}} \end{array}\right.$

Ответ: ↗

Д 56