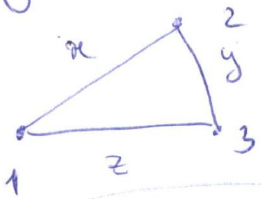
Задача 5. Дано:



$$\begin{cases} x + y = 2z \\ z + y = x + a \\ x + z = 75 \end{cases}$$

Решение:

1) т. к. станции не лежат на одной прямой

$$\begin{cases} x + y > z \\ y + z > x \\ x + z > y. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 75 - z \\ 75 - z + y = 2z \\ y + z = 75 - z + a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 75 + y = 3z \ (1) \\ 2z + y = 75 + a \ (2) \\ x = 75 - z \ (3) \end{cases}$$

$$; \ z = 75 - x \ (\text{из } (3)) \quad z = \frac{y+75}{3} \ (\text{из } (1))$$

$\Rightarrow$ т. к. $y = 75 + a - 3z$

$2z + 3z - 75 = 75 + a$

$\boxed{5z = 150 + a}$

$\boxed{a = 5z - 150}$; $a = 375 - 5x - 150 =$
$= 225 - 5x$;

$a = \frac{5}{3}(y + 75) - 150$;

$a = \frac{5}{3}y - 25 \Rightarrow$

$a \in (?)$

2)
$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{3}y - 25 \\ a = 225 - 5x \\ a = 5z - 150. \end{cases} \Rightarrow$$

при $a = 15$

$\frac{5}{3}y - 25 = 15$

$\frac{5}{3}y = 40$

$\boxed{y = 24}$

$15 = 225 - 5x$;
$5x = 210$
$\boxed{x = 42}$

$15 = 5z - 150$
$5z = 165$
$\boxed{z = 33}$

$\Rightarrow$ при $a = 15$

$$\begin{cases} y = 24 \\ x = 42 \\ z = 33. \end{cases}$$

∓ 8б

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Уфимский государственный нефтяной технический университет

Шифр 93660 Класс 10

Вариант 42 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5		9	16	8	3				

Оценка цифрами	Оценка прописью	Подпись
41	Сорок один	Хайбуллин Р.Я.

Задача 3. Дано:

$AB = 101$

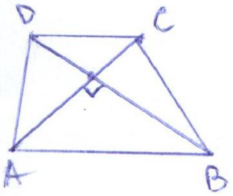
$CD = 20$

ABCD – трапеция

Найти:

$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$

Решение



1) $\overline{AD} = \overline{DB} + \overline{BA}$;

2) $\overline{BC} = \overline{BA} + \overline{AC}$;

3) $\overline{AD} \cdot \overline{BC} = (\overline{DB} + \overline{BA})(\overline{BA} + \overline{AC}) =$

$= \overline{BA} \cdot \overline{DB} + (\overline{BA})^2 + \overline{BA} \cdot \overline{AC} + \overline{DB} \cdot \overline{AC}$; $\overline{DB} \cdot \overline{AC} = 0$; т. к. $AC \perp DB \Rightarrow$

?

$\overline{AD} \cdot \overline{BC} = \overline{BA}(\overline{DB} + \overline{BA} + \overline{AC})$ = ~~$\overline{DC}$~~ ! ; Но $\overline{DB} + \overline{BA} + \overline{AC} = \overline{DC}$

$\Rightarrow \overline{AD} \cdot \overline{BC} = \overline{BA} \cdot \overline{DC}$; $\overline{BA} \uparrow\downarrow \overline{DC} \Rightarrow$

$\overline{BA} \uparrow\uparrow \overline{CD} \Rightarrow$ т. к. $\overline{CD} = -\overline{DC}$

± 9

$\Rightarrow$ ~~AA~~ $\overline{AD} \cdot \overline{BC} = \overline{BA} \cdot \overline{DC} = \overline{BA} \cdot (-\overline{CD})$;

т. к. $BA = 101$

$BC = 20 \Rightarrow \overline{AD} \cdot \overline{BC} = \overline{BA} \cdot \overline{DC} = \overline{BA} \cdot (-\overline{CD}) =$ ~~4~~ -2020

Ответ: -2020. ?

Задача 4. Дано:

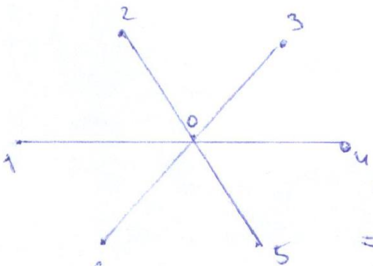
$V_1 = V_2 = 4 \frac{км}{ч}$.

$R = 6$ км

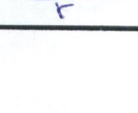
Найти:

вероятность $r \geq R$

Решение:



1) Если геологи пойдут по двум соседним тропам, то расстояние между ними через час будет равно 4 км. т. к. угол между двумя соседними тропами равен $\frac{360°}{6} = 60°$ (поле разделено на 6 равных частей) $\Rightarrow$ ~~4~~ из пройденных геологами расстояний получается треугольник равнобедренный ~~4~~



$\Rightarrow$ т. к. углы при

Стр. 1

ГАЗПРОМ **ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Уфимский государственный нефтяной технический университет

Шифр 93660 Класс 10

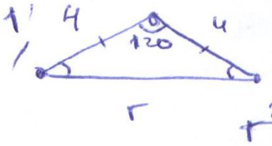
Вариант 42 Дата 19.02.2022

основании у треугольника равны - $\frac{180^\circ-60^\circ}{2}=60^\circ \Rightarrow$ треугольник равносторонний $\Rightarrow$ расстояние между геологами через час - 4 км $\Rightarrow$

$r<R$

4 км < 6 км ; таким образом (по соседним тропам) геологи могут пойти 12 различными способами.

2) Если геологу пойдут двумя тропами, между которыми есть ещё одна тропа (например 1 и 3; 2 и 4 и т.д) так же построим треугольник, как в пункте 1



~~углы~~ по теореме косинусов

~~$r^2=4^2+4^2-2\cos\cdot4^2$~~ ; с

$r^2=4^2+4^2-2\cos120\cdot4^2$; $\cos120=$
$=-0,5 \Rightarrow$

$r^2=32+16=48$

$r=\sqrt{48} \Rightarrow r>R$

$\sqrt{48}>6$ т.к $\sqrt{48}>\sqrt{36}$.

Таким ~~способом~~ образом геологи могут пойти так же 12 способами.

3) Если геологи пойдут по противоположным тропам (пример 1 и 4; 2 и 5 и т.д) $\Rightarrow$ расстояние м/у ними через час = 8

т.к. $S=(V_1+V_2)t=(4+4)1=8$ км $\Rightarrow$ $r>R$; $8>6 \Rightarrow$ всего таких способов идти у геологов 6 $\Rightarrow$

4) общее кол-во способов идти:

$6+12+12=30$

(проверим по формуле: $\frac{n!}{(n-m)!}=\frac{6!}{(6-2)!}=\frac{6!}{4!}=5\cdot6=30$) $\Rightarrow$ верно.

чтобы $r>R$ у геологов $6+12=18$ способов идти $\Rightarrow$

Вероятность $r>R$ $=\frac{18}{30}=0,6$ Ответ: 0,6.

+6

+

16б

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Уфимский государственный нефтяной технический университет

Шифр 93660 Класс 10

Вариант 42. Дата 19.02.2022

3) $x_1 = \sqrt{t_1} = \sqrt{\frac{\sqrt{2021}+\sqrt{2025}}{2}}$

$x_2 = -\sqrt{t_1} = -\sqrt{\frac{\sqrt{2021}+\sqrt{2025}}{2}}$

⊕

Ответ: $\sqrt{\frac{\sqrt{2021}+\sqrt{2025}}{2}}$; $-\sqrt{\frac{\sqrt{2021}+\sqrt{2025}}{2}}$.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

(ab)c=a(bc) E=mc²

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы
в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр 93660 Класс 10

Вариант 42 Дата 19.02.2022

Задача 1 $x^6 - 2022x^2 - \sqrt{2021} = 0.$

$x^6 - 2021x^2 - x^2 - \sqrt{2021} = 0$

$x^2(x^4 - 2021) - (x^2 + \sqrt{2021}) = 0$

$x^2(x^2 - \sqrt{2021})(x^2 + \sqrt{2021}) - (x^2 + \sqrt{2021}) = 0 \Rightarrow$

$(x^2 + \sqrt{2021})(x^2(x^2 - \sqrt{2021}) - 1) = 0 \Rightarrow$

$x^2 + \sqrt{2021} = 0$
$x^2 = -\sqrt{2021};$
но $x^2 \geq 0 \Rightarrow$
неверно

или $x^2(x^2 - \sqrt{2021}) - 1 = 0$
$x^4 - \sqrt{2021}x^2 - 1 = 0$
Замена: $t = x^2;\ t \geq 0 \Rightarrow$
$t^2 - \sqrt{2021}t - 1 = 0$
$D = 2021 + 4 = 2025 \Rightarrow \quad t_1 = \frac{\sqrt{2021} + \sqrt{2025}}{2};\ t_2 = \frac{\sqrt{2021} - \sqrt{2025}}{2}$

⊕ 5б

~~$x_{12} = \pm\sqrt{\frac{\sqrt{2021} + \sqrt{2025}}{2}},\ x_{34} = \pm\sqrt{\sqrt{2021} - \sqrt{20}}$~~

$(x-3)^2$
$\shortparallel$

Задание 2.

~~$m\sqrt{m}(x^2 - 6x + 9) + \frac{\sqrt{m}}{(x^2 - 6x + 9)} \leq \sqrt[4]{m^3} \cdot \left|\cos\frac{\pi x}{5}\right|$~~

~~Замена~~
~~$(x-3)^2 = t \Rightarrow$~~

~~$\sqrt{m^3}\,t + \frac{\sqrt{m}}{t} \leq \sqrt[4]{m^3}\left|\cos\frac{\pi x}{5}\right|$~~

~~$\sqrt{m}\left(mt + \frac{1}{t}\right) \leq \sqrt[4]{m}\sqrt{m}\left|\cos\frac{\pi x}{5}\right|$~~

~~$mt - \sqrt[4]{m}\left|\cos\frac{\pi x}{5}\right| + \frac{1}{t} \leq 0$~~

~~$mt^2 - \sqrt[4]{m}\left|\cos\frac{\pi x}{5}\right| + 1 \leq 0.$~~

Задача 1. продолжение.

$t_1 = \frac{\sqrt{2021} + \sqrt{2025}}{2};\ t_2 = \frac{\sqrt{2021} - \sqrt{2025}}{2}$

Но $t_2 \geq 0;\ \sqrt{2021} < \sqrt{2025} \Rightarrow$

t_2 – посторонний корень $\Rightarrow$

исходя из новой системы уравнений через ~~x~~ „a" $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$\begin{cases} 3x + y = 15a \\ x + z = 75 \\ 3z - y = 75 \end{cases}$~~ (I) $\frac{5}{3}y - 25 = 225 - 5x = 5z - 150 \Rightarrow$

очевидно, что „a" выражается через x, y, z как. в уравнения прямых $\Rightarrow$ чтобы выполнялось

(I) все эти три прямые должны пересекаться в одной точке; $\Rightarrow$

a может быть равно только 15

Ответ: $a = 15$

при $a = 15$

$$\begin{cases} x = 42 \\ y = 24 \\ z = 33. \end{cases}$$

Задача 6 Дано

$ABC A_1B_1C_1$ – правильная призма $\Rightarrow$

$AA_1 = CC_1 = BB_1 = A_1C_1 = C_1B_1 = A_1B_1 =$
$= AC = CB = AB$;

AA_1; CC_1; BB_1 – ребра призмы.

C_1D – диаметр сферы.

K – середина CC_1

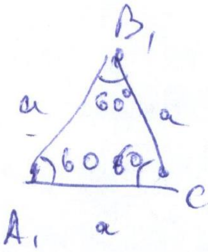
Найти:

объём призмы, если

$DK = 2\sqrt{6}$; $DA = 6$; K – середина CC_1

Решение:

V – объем призмы $= S \cdot h$
$= S \cdot a$ (a – сторона призмы)



$S = \frac{a \cdot a \cdot \sin 60}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow$

$V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

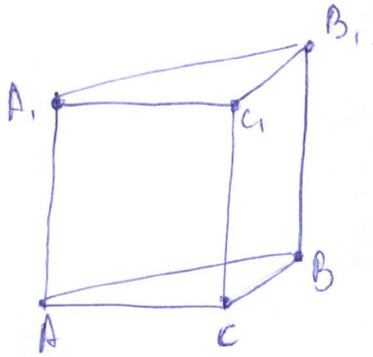
1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

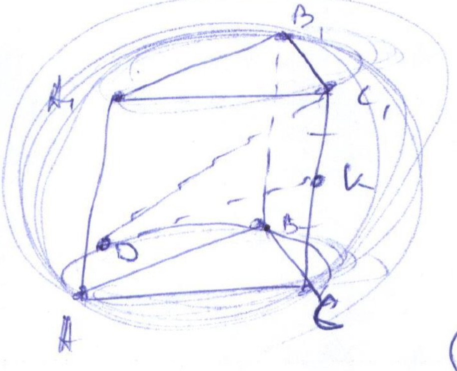
Математика

Площадка написания
Уфимский государственный нефтяной технический университет

Шифр 93660 Класс 10

Вариант 42 Дата 19.02.2022





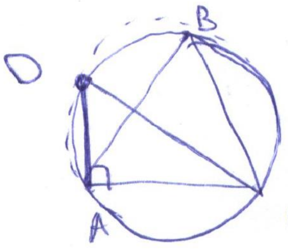
точка D лежит на ок-ти ABC.

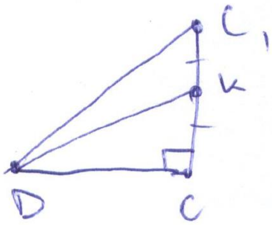
$C_1A = a\sqrt{2}$

(C_1A - диагональ квадрата AA_1C_1C)

△ DAC_1 - прямоугольн.

~~C_1D~~ по теореме пифагора





$DC_1^2 = DA^2 + AC_1^2$

$DC_1^2 = 36 + 2a^2$

$DC_1 = \sqrt{36 + 2a^2}$

△ DAC - прямоугольный по т. пифагора

$DC^2 = DA^2 + AC^2$

$DC^2 = 36 + a^2$; △ DCC_1 - прямоугольной.

△ DKC - прямоугольной. по т. пифагора.

$DK^2 = DC^2 + CK^2$; $CK = \frac{a}{2}$.

$DK^2 = 36 + a^2 + 0{,}25a^2$

$DK^2 = 36 + 1{,}25a^2$; $DK = 2\sqrt{6} \Rightarrow$

24 =

∓ 3б