



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

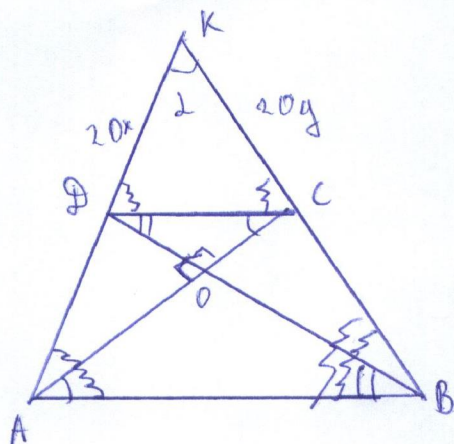
Шифр 84097 Класс 10

Вариант 42 Дата 19.02.2022



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет



Решено:

ABCE - трап.

$$AB = 101; CE = 20$$

Найти: $\vec{AD} \cdot \vec{BC}$

Решение

$$\vec{AD} \cdot \vec{BC} = AD \cdot BC \cdot \cos \angle$$

Трехугольники ADK и BCE по K. $\angle AKB = \angle$.

$\triangle DOK$ и $\triangle AOB$ подобны по 2 углам. $\Rightarrow \frac{AO}{OK} = \frac{OB}{DK} = \frac{20}{101}$

$\triangle AKB \sim \triangle DKC$ по 2 углам. $\Rightarrow \frac{DK}{AB} = \frac{20}{101} = \frac{DK}{AK}$

П.к. диагоналям $\perp$, то высота равна $\frac{AB + BC}{2}$;

По т. косинусов найдем $\cos \angle$

$$20^2 = 20x^2 + 20y^2 + 2 \cdot 20 \cdot 101 \cos \angle \Rightarrow \cos \angle = \frac{x^2 + y^2 - 1}{2xy}$$

$$AD = AK - DK = 101x - 20x = 81x$$

$$KB = BK - BC = 101y - 20y = 81y$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{BC} = \cos 81x \cdot 81y = \frac{x^2 + y^2 - 1}{2xy} = \frac{81^2}{2} (x^2 + y^2 - 1)$$

~~Решение~~

(+) 45



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 84097 Класс 10

Вариант 42 Дата 19.02.2022



N5

Пусть x - количество м/г пунктами 1 и 2, y - м/г 2 и 3,
 z - м/г 1 и 3. $x, y, z \in \mathbb{N}$.

Тогда,

$$\begin{cases} x + y = 2z \\ y + z = x + a \\ x + z = 75 \end{cases}$$

Решим для $a = 15$

$$\begin{cases} x + y = 2z \\ y + z = x + 15 \\ x + z = 75 \Rightarrow z = 75 - x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 2z \\ y + 75 - x = x + 15 \Rightarrow \\ z = 75 - x \quad (y = 2x - 60) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x - 60 \\ z = 75 - x \\ x + 2x - 60 = 150 - 2x \end{cases}$$

$$5x = 210 \Rightarrow x = 42$$

$$\begin{cases} x = 42 \\ y = 24 \\ z = 33 \end{cases}$$

Теперь решим в общем случае:

~~из системы~~

$$\begin{cases} z = 75 - x \\ y = 2 \cdot (75 - x) - x = 150 - 3x \\ 150 - 3x + 75 - x = x + a \end{cases}$$

$$5x + a = 225 \Rightarrow a : 5 \Rightarrow a = 5n$$

$$\begin{cases} y + z > x \\ y + z = x + a \end{cases} \Rightarrow a > 0 \Rightarrow n > 0. n$$

$$5x + 5n = 225 \Rightarrow x = 45 - n$$

$$x < 75 \Rightarrow 45 - n < 75 \Rightarrow n > -30$$

$$45 - n > 0 \Rightarrow n < 45$$

85



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

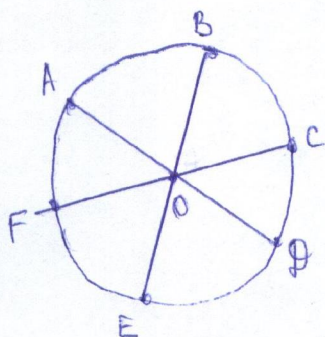
Математика

Шифр 84097 Класс 10

Вариант 42 Дата 19.02.2022



№ 4



Т.к. дорожки делит на 6 равных секторов, то угол между дорожками равен 60° (т.к. образуется правильный шестугольник.)

Пусть первый человек пойдет хоть куда. Тогда, посчитаем вероятность

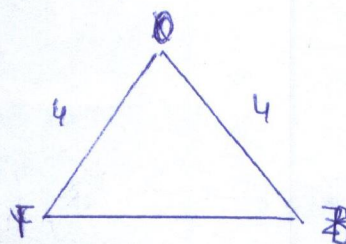
по какой дорожке следует идти. Пусть первый идет по OB. Тогда для получения результата второй должен идти по OE, OF и OD, т.к. $OF + OB = 4 + 4 = 8 > 6$. а для OF и OD построим т.к.

$$\angle FOD = 2 \angle FDE = 120^\circ; FO = OD = 4$$

по т. косинусов: $FB^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ$

$$FB^2 = 4^2 + 4^2 + 4^2 = 3 \cdot 4^2 = 48$$

$$FB^2 > 6^2 = 36$$



Аналогично для OD. Тогда вероятность равна

$$\frac{3}{6} = 100\% = 50\% \quad (3 \text{ дорожки из 6})$$

⊕ 105

Ответ: 50%



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$m = \frac{E}{c^2}$$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр 84097 Класс 10

Вариант 42 Дата 19.02.2022



№2

$$m\sqrt{m}(x^2 - 6x + 9) + \frac{\sqrt{m}}{(x^2 - 6x + 9)} \leq \sqrt[4]{m^3} \cdot \left| \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) \right|$$

$$m\sqrt{m}(x-3)^2 + \frac{\sqrt{m}}{(x-3)^2} - \sqrt[4]{m^3} \left| \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) \right| \leq 0$$

$$(x-3)^2 = t$$

$$m\sqrt{m} \cdot t + \frac{\sqrt{m}}{t} - \sqrt[4]{m^3} \left| \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) \right| \leq 0 \quad | \cdot t$$

$$t^2 m\sqrt{m} + \sqrt{m} - t(\sqrt[4]{m^3} \left| \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) \right|) \leq 0$$

$$t^2(m\sqrt{m}) + \sqrt{m} - t(\sqrt[4]{m^3} \left| \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) \right|) \leq 0$$

$$D = \left(\sqrt[4]{m^3} \left| \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right) \right| \right)^2 - 4m\sqrt{m} \cdot \sqrt{m} = \sqrt[4]{m^6} \cdot \cos^2 \frac{\pi x}{5} - 4m^2 \geq 0$$

$$m\sqrt{m} \cdot \cos^2 \frac{\pi x}{5} \geq 4m^2 \quad | : m\sqrt{m}, m \neq 0$$

$$\cos^2 \frac{\pi x}{5} \geq \sqrt{m} \Rightarrow m \leq \cos^4 \frac{\pi x}{5} \Rightarrow \text{максимальный}$$

параметр m равен $\cos^4 \frac{\pi x}{5}$.

±

65

Ответ: $\frac{\cos^4 \pi x}{5}$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр 84097 Класс 10

Вариант 42 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
	5	6	4	1	8	8			

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

3	1	Тридцать один				Хасибуллин Р.Л.			
---	---	---------------	--	--	--	-----------------	--	--	--

$$\begin{aligned} & \sqrt[4]{x^6 - 2022x^2 - \sqrt{2021}} = 0 \\ & x^6 - 2021x^2 + x^2 - \sqrt{2021} = 0 \\ & x^2(x^4 - 2021) - (x^2 + \sqrt{2021}) = 0 \\ & x^2(x^2 - \sqrt{2021})(x^2 + \sqrt{2021}) - (x^2 + \sqrt{2021}) = 0 \\ & (x^2 + \sqrt{2021})(x^2(x^2 - \sqrt{2021}) - 1) = 0 \\ & x^2 + \sqrt{2021} > \sqrt{2021} \Rightarrow x^2(x^2 - \sqrt{2021}) - 1 = 0 \\ & t = x^2; t \geq 0 \\ & t(t - \sqrt{2021}) - 1 = 0 \\ & t^2 - t\sqrt{2021} - 1 = 0; \Delta = (\sqrt{2021})^2 - 4(-1) = 2021 + 4 = 2025 = 45^2 \\ & t = \frac{\sqrt{2021} \pm \sqrt{45^2}}{2} = \frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2} - \text{с минусом не пойдет, т.к.} \\ & \sqrt{2021} < 45 \text{ и } t \geq 0 \Rightarrow \\ & t = \frac{\sqrt{2021} + 45}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{\sqrt{2021} + 45}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}} \end{aligned}$$

⊕ 55

Ответ: $\pm \sqrt{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр 84097 Класс 10

Вариант 42 Дата 19.02.2022



$$y = 150 - 3 \cdot 45 + 3n = 3n + 5$$

$$z = 75 - 45 + 3n = 3n + 30$$

$$z > 0 \Leftrightarrow 3n + 30 > 0 \Rightarrow n > -10$$

$$z < 75 \Leftrightarrow 3n + 30 < 75 \Rightarrow n < 15$$

$$y < 75 \Leftrightarrow 3n + 5 < 75 \Rightarrow n < \frac{70}{3}$$

~~Перебрав все n от 1 до 14, получили:~~

~~таблица значений y и z для n от 1 до 14.~~

~~Перебрав все n от 1 до 14, получили:~~

~~таблица значений y и z для n от 1 до 14.~~ Перебрав все n получили

$n \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14\}$

$$a = 5n$$

?