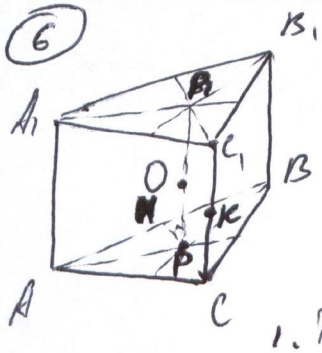
(6)

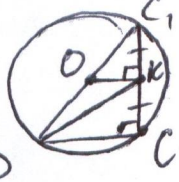


Дано: $ABCA_1B_1C_1$ - правильная вписанная призма;
C_1D - диаметр опис. сферы; $CK = KC_1$;
$DK = 2\sqrt{6}$; $DA = 6$

Найти: $V_{описан.}$ - ?

Решение:

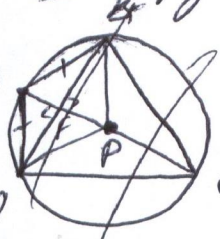
1. Т.к. призма является правильной и правильной, то центр описанной сферы лежит на середине отрезка OO_1 (перпендикуляр соединяющий центры $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$), т.е. середина P_1P, где $PP_1 \perp (ABC)$ и $PP_1 = CC_1$.

2. 

$P_1O = OP \Rightarrow P_1O = OP = C_1K = KC \Rightarrow OK \parallel (ABC)$, $\angle C_1KO = 90°$. $OC_1 = OD = R$ радиус описанной сферы.

$\angle C_1CD = 90°$ (вис., опирающийся на диаметр DC_1). ⇒

~~⇒ т.D лежит в плоскости (ABC) ⇒ т.D лежит на окружности, описанной около $\triangle ABC$.~~



$AP = OP = BP = PC$ - радиусы этой окружности.

Т.к. пусть $AB = a$, тогда $AP = BP = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, т.к. по условию $\triangle ABC$ - правильный.

$\angle ADB = 180° - \angle ACB = 120°$, $DA = DB$, т.к. $AF = FB$

~~$AB = BA$~~ (т.к. CD - диаметр).

$AB = a = \sqrt{2DA^2 - 2DA^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{2DA^2 + DA^2} = DA\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

$DC = 2AP = \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{2 \cdot 6\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{3} = 12$.

~~3. $\triangle DKC$ - $\angle KC = \sqrt{DK^2 - DC^2} = 4 \cdot 6 = 144$~~

По условию задано $DK = 2\sqrt{6} < DA = 6$, но DA - хорда одной из окружностей, которую можно провести в сфере одновременно при этом т.к. DC_1 её диаметр этой сферы, а DK

2) $\frac{225-a}{5}+a-75>0$; $\frac{450-2a+5a}{5}>75$; $450+3a>375$

$3a>-75$; ~~$a>-25$~~ $a>-25$

~~При этом $n>0$~~

~~г) При $a=15$ имеем~~ При этом имеем $n=\frac{225-a}{5}>0 \Rightarrow$

$225-a>0$; $a<225$. Получаем $-25<a<225$.

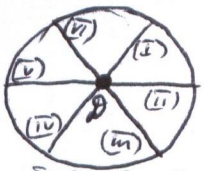
г) При $a=15$ имеем $n=\frac{225-a}{5}=\frac{225-15}{5}=\frac{210}{5}=42$ км = AB,

$z=75-42=33$ = AC, $y=150-3n=150-42\cdot3=150-126=24$ = BC

Ответ: 1) $a\in(-25;225)$ ± 85

б) 42 км; 33 км; 24 км

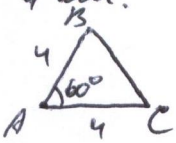
№4 ~~Изобразим~~ Изобразим круглое поле, дом и дороги (обозначим их). Т.к. наследник делит поле на 6 равных секторов, то угол между ними равен $\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$. Рассмотрим три возможных случая, как могут идти геологи по нашим дорогам.



1) Дорогами пойдут геологи, составляющие диаметр поля (I и IV; II и V; III и VI - три способа). Скорость их удаления друг от друга будет $v=4+4=8$ км/ч, за час расстояние между ними станет $S=8\cdot1=8$ (км) > 6 (км) значит этот случай подходит.

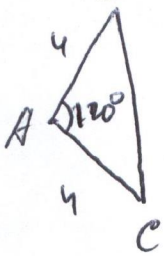
2) Дорогами пойдут геологи на соседних дорогах (6 способов). Каждый пройдет за час 4 км. (т. А - дом). $\triangle ABC$ равнобедр. $\Rightarrow$ BC = расстояние между ними.

$\Rightarrow BC=AC=4$ км $\Rightarrow$ данный случай не подходит.



3) Дорогами пойдут ~~по дорогам, угол между которыми составляет 120°~~ ~~по тем полям, которые разделяют одна дорога~~ - это I и III, II и IV, III и V, IV и VI, V и I, VI и II дороги - всего 6 способов. Каждый пройдет за час 4 км.

BC – расстояние между ними, ∠A – зад.



~~BC = 16+16+2·4·4,~~

$BC = \sqrt{4^2+4^2-2\cdot4\cdot4\cos120^\circ} = \sqrt{16+16+2\cdot4\cdot4\cdot\frac{1}{2}} = \sqrt{3\cdot16} =$

$= 4\sqrt{3}$ (км)

$\sqrt{3} \approx 1{,}7 \Rightarrow 4\sqrt{3} \approx 6{,}8 \Rightarrow BC = 4\sqrt{3}$ (км) > 6 (км) $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ данный случай подходит.

Всего способов выбрать дороги, по которым пойдут геологи $3*6*6 = 36$ тогда вероятность, ~~что удовлетворяющая условию~~ задачи равна $\frac{6+6}{15} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0{,}8$ $\frac{18}{36}$ — 85

Ответ: 0,8

№2 $m\sqrt{m}\left(x^2-6x+9\right) + \frac{\sqrt{m^7}}{(x^2-6x+9)} \le 4\sqrt{m^3}\left|\cos\frac{5\pi x}{5}\right|$

$m\sqrt{m}(x-3)^2 + \frac{\sqrt{m^7}}{(x-3)^2} \le \sqrt[4]{m^3}\left|\cos\frac{5\pi x}{5}\right|$, $m \ge 0$, $x \ne 3$

1. $m = 0$: $0 + 0 \le 0 \Rightarrow$ ~~$x = 3$~~ $x \in R$, $x \ne 3 \Rightarrow m = 0$ подходит.
2. $m \ne 0$, $m > 0$: $m\sqrt{m}(x-3)^2 + \frac{\sqrt{m^7}}{(x-3)^2} \le \sqrt[4]{m^3}\left|\cos\frac{5\pi x}{5}\right| \;/\div \sqrt{m}$

$m(x-3)^2 + \frac{\sqrt{m^6}}{(x-3)^2} \le \sqrt[4]{m}\left|\cos\frac{5\pi x}{5}\right|$. И правая и левая ~~часть~~ выражение не отрицательные, ~~поэтому найти наименьшее~~ ~~при наименьших их значениях~~ будет $(x-3)^2 = t$, $t > 0$

$\left|\cos\frac{5\pi x}{5}\right| \le 1$; $\sqrt[4]{m}\left|\cos\frac{5\pi x}{5}\right| \le \sqrt[4]{m} \Rightarrow mt + \frac{1}{t} \le \sqrt[4]{m}\left|\cos\frac{5\pi x}{5}\right| \le$

$\le \sqrt[4]{m}$. $mt + \frac{1}{t} \le \sqrt[4]{m}$; $mt^2 + 1 - \sqrt[4]{m}\,t \le 0$

$mt^2 - \sqrt[4]{m}\,t + 1 \le 0$ (1) ~~$x \to t$~~ $\to t$ нам $\to t$

$D = \left(\sqrt[4]{m}\right)^2 - 4m = \sqrt{m} - 4m \le 0$ при $m > 0$, чтобы (1)

имело решения $D \ge 0$, ~~при $D = \sqrt{m}$~~ тогда $D = \sqrt{m} - 4m = 0$

$\sqrt{m}\left(1 - 4\sqrt{m}\right) = 0$ $\begin{cases} m = 0 \\ \sqrt{m} = \frac{1}{4} \end{cases}$ $\begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$? $m \ne \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$ + — 85

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Уфимский государственный нефтяной технический университет

Шифр 85485 Класс 11

Вариант 42 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	8	2	8	8	8				

Оценка цифрами: 39 Оценка прописью: Тридцать девять Подпись: Хайбуллин Р.Я.

№1 $x^6-2022x^2-\sqrt{2021}=0$; $x^6-2021x^2-x^2-\sqrt{2021}=0$

$x^2(x^4-2021)-(x^2+\sqrt{2021})=0$; $x^2+x^2(x^2-\sqrt{2021})(x^2+\sqrt{2021})-(x^2+\sqrt{2021})=0$

$(x^2+\sqrt{2021})(x^2(x^2-\sqrt{2021})-1)=0$; $(x^2+\sqrt{2021})(x^4-\sqrt{2021}x^2-1)=0$

$\left[\begin{array}{l} x^2+\sqrt{2021}=0 \\ x^4-\sqrt{2021}x^2-1=0 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x^2=-\sqrt{2021}<0 \text{ – нет решений} \\ x^4-\sqrt{2021}x^2-1=0 \end{array}\right.$

$x^4-\sqrt{2021}x^2-1=0$; $D=(\sqrt{2021})^2+4=2021+4=2025=45^2$

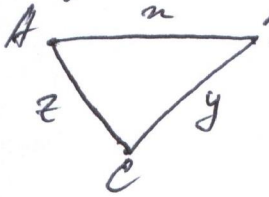
$\left[\begin{array}{l} x^2=\dfrac{\sqrt{2021}+45}{2} \\ x^2=\dfrac{\sqrt{2021}-45}{2}<0 \text{ – не подходит} \end{array}\right.$

$x^2=\dfrac{\sqrt{2021}+45}{2} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{45+\sqrt{2021}}{2}}$

Ответ: $x=\pm\sqrt{\dfrac{45+\sqrt{2021}}{2}}$ +5б

№5 Т. A – первая станция, Т. B – вторая станция, Т. C – третья станция. $x,y,z>0$

Пусть $AB=x$, $BC=y$, $AC=z$. – расстояния между станциями.



1) По условию задачи составим систему уравнений:

$\begin{cases} x+y=2z \\ z+y=x+a \\ x+z=75 \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=2(75-x) \\ 75-x+y=x+a \\ z=75-x \Rightarrow x<75 \end{cases}$

~~x+y~~ $\begin{cases} y=150-2x-x \\ 75-x+150-2x-x=x+a \\ z=75-x \end{cases}$ $\begin{cases} y=150-3x \ (1) \\ 225-4x=x+a \ (2) \\ z=75-x \ (3) \end{cases}$

$225-4x-x-a=0$; $5x+a=225$; $5x=225-a$; $x=\dfrac{225-a}{5}<75$

$225-a<375$; $a>-150$

Из $z+y=x+a$; $y=x-z+a=x-75+x+a=2x+a-75$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

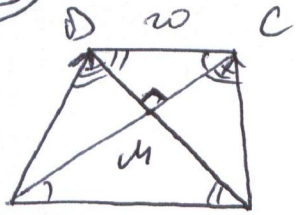
Математика

Площадка написания
Уфимский государственный нефтяной технический университет

Шифр 85485 Класс 11

Вариант 42 Дата 19.02.2022

№3



Дано: $AB=101$, $CD=20$, $AC \perp DB$.

Найти: $|\vec{AD} \cdot \vec{BC}|$ - ?

Решение:

1. $\triangle AMB \sim \triangle CMD$: $\frac{AB}{DC} = \frac{AM}{CM} = \frac{BM}{DM} = \frac{101}{20}$,

пусть $AM=101x$, $CM=20x$, $BM=101y$,

$DM=20y$.

$\triangle AMD \sim \triangle BMC$: $\frac{AM}{MB} = \frac{101x}{101y} = \frac{x}{y} = \frac{DM}{MC} = \frac{AD}{CB}$

+ 25

~~В $\triangle AMB$: $AB^2=101^2=AM^2+MB^2 \Rightarrow 101^2=101^2x^2$~~

~~1. Докажем, что т.К, СК⊥АВ~~

~~2. Делаем как~~

2) $D \in (ABC)$.

$AP = DP = BP = PC$ как радиусы.

$AP = BP = \frac{AB\sqrt{3}}{3}$; $DA = DB$, CD - диаметр.

$\angle ADB = 120°$; $AB = \sqrt{2DA^2 + 2 \cdot DA^2 \cdot \frac{1}{2}} = DA\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

$DC = 2AP = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot AB = \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot 6\sqrt{3} = 12$

3. $DC > DK$, но $\triangle DKC$ прямоугольный и DK его катет $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ такое невозможно, видимо в условии ошибка и $DK \neq 2\sqrt{6}$. Если это так, то пусть $DK = a$ и решим далее.

~~Далее надо найти~~ $KC^2 = DK^2 - DC^2 = a^2 - 144$, $KC = \sqrt{a^2 - 144}$

$CC_1 = 2KC = 2\sqrt{a^2 - 144}$

$V_{ABCA_1B_1C_1} = S_{ABC} \cdot CC_1$; $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{36 \cdot 3\sqrt{3}}{4} =$

$= 27\sqrt{3}$

~~$V_{ABCA_1B_1C_1}$~~ $V_{ABCA_1B_1C_1} = 27\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{a^2 - 144} = 54\sqrt{3} \cdot \sqrt{a^2 - 144}$.

Ответ: $V_{ABCA_1B_1C_1} = 54\sqrt{3} \cdot \sqrt{a^2 - 144}$, где $DK = a$.

+ 85