



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Математика

Площадка написания

Шифр

94684 Класс

11

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Вариант

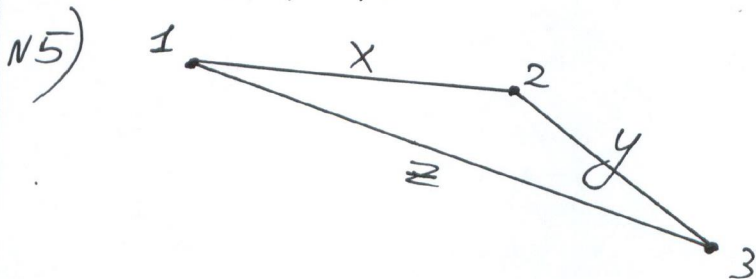
42

Дата

19.02.2022

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{121^2 + 81^2}{4} \cdot \left(2 \cdot \frac{81^2}{121^2 + 81^2} - 1\right) = \\
 &= \frac{121^2 + 81^2}{4} - \frac{2 \cdot 81^2}{121^2 + 81^2} \cdot \frac{121^2 + 81^2}{4} = \frac{121^2 + 81^2}{4} - \frac{81^2}{2} = \\
 &= \frac{121^2 + 81^2 - 2 \cdot 81^2}{4} = \frac{121^2 - 81^2}{4} = \frac{(121 - 81)(121 + 81)}{4} \\
 &= \frac{(11 - 9)(11 + 9)}{4} = \frac{2 \cdot 20}{4} = 2 \cdot 5 = 10
 \end{aligned}$$

Ответ: 10



Пусть расстояние таково, как на рисунке. Тогда справедлива система:

$$\begin{cases}
 z = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y \\
 x + a = z + y \\
 x + z = 75
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 x + a = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}y \quad | \cdot 2 \\
 \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}y = 75 \quad | \cdot 2
 \end{cases}
 \begin{cases}
 2x + 2a = x + 3y \\
 3x + y = 150
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 3y - x = 2a \\
 3x + y = 150
 \end{cases}$$

$$\text{I. } \begin{cases}
 3y - x = 2a \\
 3x + y = 150
 \end{cases} \quad | +$$

$$10y = 150 + 6a$$

$$y = \frac{3}{5}a + 15$$

$$10x = 450 - 2a$$

$$x = 45 - \frac{a}{5}$$

$$\text{II. } \begin{cases}
 3y - x = 2a \\
 9x + 3y = 450
 \end{cases} \quad | -$$

$$\begin{aligned}
 z &= \frac{1}{2}(x + y) = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{5}a + 15 + 45 - \frac{a}{5}\right) = \\
 &= \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}a + 60\right) = \frac{a}{5} + 30 = z
 \end{aligned}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Шифр

94684 Класс

11

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Вариант

42

Дата

19.02.2022



Из прямоугол. $\triangle DHB$: $DH = \sqrt{DB^2 - HB^2} = \sqrt{DB^2 - (20 + 40,5)^2} =$
 $= \sqrt{DB^2 - 60,5^2}$. В $ABCD$ диагонали равны, т.к. она
 $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \sqrt{DB^2 - 60,5^2} \cdot 121 = \frac{1}{2} \cdot DB^2$ равностор.

$$\sqrt{DB^2 - 60,5^2} = \frac{DB^2}{121}$$

$$DB^2 - 60,5^2 = \frac{DB^4}{121^2} \quad | \cdot 121^2$$

$$DB^4 - 121^2 DB^2 + \left(\frac{121}{2}\right)^2 \cdot 121^2 = 0$$

$$D = 121^4 - 4 \cdot \frac{121^4}{4} = 0$$

$$DB^2 = \frac{121^2}{2}$$

$$DB = \frac{121}{\sqrt{2}} \Rightarrow DH = \sqrt{\frac{121^2}{2} - \left(\frac{121}{2}\right)^2} = \frac{121}{2} = 60,5$$

Из $\triangle AHD$: $\angle DAH = \arctg \frac{60,5}{40,5} = \arctg \frac{121}{81} =$
 $= \angle CBA$.

Из $\triangle AHD$: $AD = \sqrt{\frac{121^2}{4} + \frac{81^2}{4}} = \frac{\sqrt{121^2 + 81^2}}{2} = BC$
 $\Rightarrow \angle DAH = \arccos \frac{40,5}{BC} = \arccos \frac{81}{\sqrt{121^2 + 81^2}} = \angle CBA$

$$\alpha = 180^\circ - 2 \arccos \frac{81}{\sqrt{121^2 + 81^2}}$$

Тогда найдем скалярное произведение

$$\overline{AD} \cdot \overline{BC} = |\overline{AD}| \cdot |\overline{BC}| \cdot \cos \alpha =$$

$$\frac{\sqrt{121^2 + 81^2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{121^2 + 81^2}}{2} \cdot \cos(180^\circ - 2 \arccos \frac{81}{\sqrt{121^2 + 81^2}}) =$$

$$= \frac{121^2 + 81^2}{4} \cdot (\cos(2 \arccos \frac{81}{\sqrt{121^2 + 81^2}})) =$$

$$= \frac{121^2 + 81^2}{4} \cdot \cos(180^\circ - 2 \arccos \frac{81}{\sqrt{121^2 + 81^2}}) =$$

$$= \frac{121^2 + 81^2}{4} \cdot (-\cos(2 \arccos \frac{81}{\sqrt{121^2 + 81^2}})) =$$

$$= -\frac{121^2 + 81^2}{4} \cdot (2 \cos^2(\arccos \frac{81}{\sqrt{121^2 + 81^2}}) - 1) =$$

Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.

2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр

94684 Класс

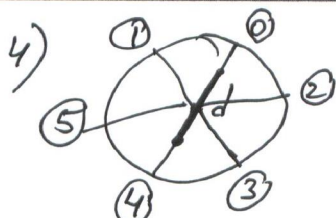
11

Вариант

42

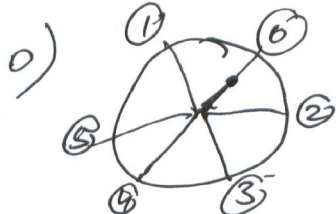
Дата

19.02.2022



$$d_4 = 4 + 4 = 8 > 6$$

d_n negrogus



$d_0 = 0$ км, они стоят в очереди
и, тем же месте. Таким

образом, когда один из реанов

отправится в путешествие, друзей может быть по одной из 6 дорог. Дороги, по которым он может пойти — (3), (4), (5)

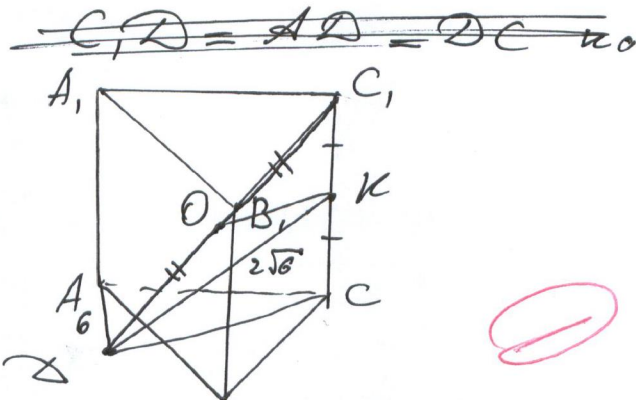
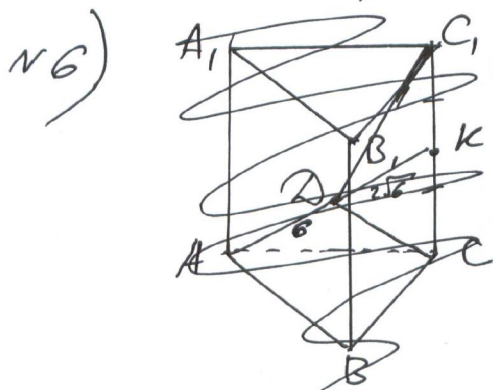
~~Свойства~~ Исходы равновероятны, тогда
 $m = 3$

$m = 3$ - благодарит. исходы $\rightarrow 18$

$n = 6$ - кол-во исходов.

$$\rho = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = \underline{0,5}$$

Other: 0,5



OK - средняя линия $\triangle DBC$, т.к. $DO = OC$, (даны),
 $CK = KC$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр 94684 Класс 11

Вариант 42 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
		1	0			1	7	1	0

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

	3	7	Тридцать семь	Хайбуллин Р.Я.
--	---	---	---------------	----------------

№2) При $m < 0$ нет решений $\Rightarrow$ корни не определён ОДЗ,
 $x \neq 3$
 При $m = 0$: $0 \leq 0$ — верно.
 При $m > 0$,

$$m\sqrt{m}(x-3)^2 + \frac{\sqrt{m}}{(x-3)^2} \leq \sqrt{m} \cdot \sqrt{m} \cdot \left| \cos \frac{\pi x}{5} \right| \quad | : \sqrt{m}$$

$$(*) \quad m(x-3)^2 + \frac{1}{(x-3)^2} \leq \sqrt{m} \cdot \left| \cos \frac{\pi x}{5} \right|.$$

Заметим, что $m(x-3)^2 > 0$, $\frac{1}{(x-3)^2} > 0 \quad \forall x$. Тогда выполняется неравенство о средних:

$$m(x-3)^2 + \frac{1}{(x-3)^2} \geq 2 \sqrt{\frac{m(x-3)^2}{(x-3)^2}}$$

$$m(x-3)^2 + \frac{1}{(x-3)^2} \geq 2\sqrt{m}$$

Рассмотрим правую часть (*):

$$0 \leq \left| \cos \frac{\pi x}{5} \right| \leq 1$$

$$0 \leq \left| \cos \frac{\pi x}{5} \right| \sqrt{m} \leq \sqrt{m}.$$

Значит, чтобы было хотя бы одно решение у (*), необходимо, чтобы максимальное значение выражения справа было больше либо равно минимальному значению выражения слева. Т.е. $\sqrt{m} \geq 2\sqrt{m}$

$$m \geq 16m^2$$

$$16m^2 - m \leq 0$$

$$m(16m - 1) \leq 0$$

$$m \in [0; \frac{1}{16}]. \quad \text{Значит, максимальное значение: } a = \frac{1}{16}.$$

Проверим неравенство (*) при $m = \frac{1}{16}$:



$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$

Математика

Площадка написания

Шифр 94684 Класс 11

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Вариант 42 Дата 19.02.2022

~~Решение~~ $\frac{1}{16}(x-3)^2 + \frac{1}{(x-3)^2} \leq \frac{1}{2} |\cos \frac{\pi x}{5}|$

Т.е. в этом случае левая часть больше либо равна, чем $\frac{1}{2}$, а правая не больше, чем $\frac{1}{2}$. По методу касания

напишем, что

$$\frac{1}{16}(x-3)^2 + \frac{1}{(x-3)^2} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} |\cos \frac{\pi x}{5}| = \frac{1}{2} \quad (2)$$

(1) Равносильно тому, что $\frac{1}{16}(x-3)^2 = \frac{1}{(x-3)^2}$;

$$(x-3)^4 = 16$$

$$x-3 = \pm 2$$

$$\begin{cases} x=5 \\ x=1 \end{cases}$$

При $x=5$:

$$(2): \frac{1}{2} |\cos \pi| = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} |-1| = \frac{1}{2}$$

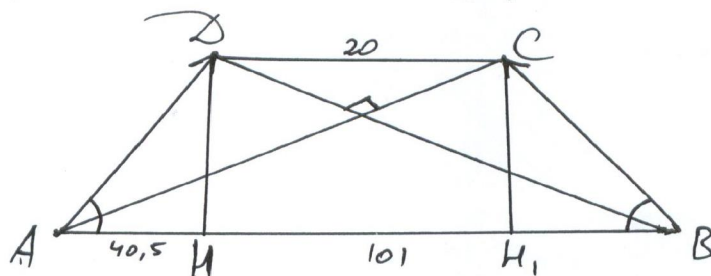
$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \text{верно} \Rightarrow \text{при } m = \frac{1}{16} \text{ есть как}$$

минимум одно решение $x=5$.

Ответ, $m = \frac{1}{16}$.

⊕ 105

№3)



Диагонали перпендикулярны $\Rightarrow$ трапеция равнобедренная. Проведём высоты DH и CH_1 .

$AH = H_1B$ (т.к. $\triangle AHD = \triangle BHC$)

$$AH = H_1B = \frac{101 - 20}{2} = \frac{81}{2} = 40,5.$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} DH (DC + AB) = \frac{1}{2} AC \cdot DB.$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр

94684 Класс

11

Вариант

42

Дата

19.02.2022

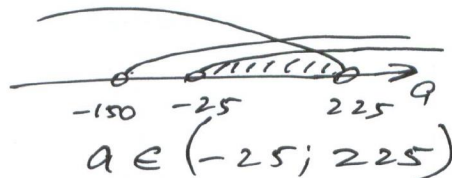


Т.к x, y, z - расстояние, то необходимо, чтобы $x, y, z > 0$,
т.е. $\begin{cases} 45 - \frac{a}{5} > 0 \quad | \cdot 5 \\ \frac{3}{5}a + 15 > 0 \quad | \cdot 5 \\ \frac{a}{5} + 30 > 0 \quad | \cdot 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 225 > a \\ 3a + 75 > 0 \\ a + 150 > 0 \end{cases}$

применяем $a > 0$, т.к. по условию "на a км длиннее"

$$\begin{cases} a < 225 \\ a > -\frac{75}{3} \\ a > -150 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a < 225 \\ a > -25 \\ a > -150 \end{cases}$$



$a > 0 \Rightarrow a \in (0; 225)$ - все значения a .

Для $a = 15$:

~~$$3y - x = 30$$~~
~~$$3x + y = 150$$~~

$$x = 45 - 3 = 42 \text{ км от 1 до 2 станц.}$$

$$y = 9 + 15 = 24 \text{ км от 2 до 3 станц.}$$

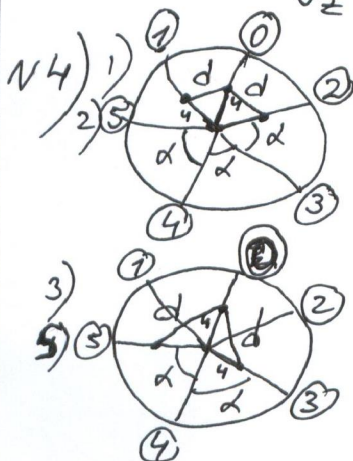
$$z = 3 + 30 = 33 \text{ км от 1 до 3 станц.}$$

Ответ: $a \in (0; 225)$;

$$x = 42 \text{ км;}$$

$$y = 24 \text{ км;}$$

$$z = 33 \text{ км.}$$



$$\alpha = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

$d_2 = 4$, т.к. равнобедр. треугольник, угол при основании 60° .

$$d_{35} = \sqrt{16 + 16 - 2 \cdot 16 \cdot \cos 2\alpha} =$$

$$= \sqrt{32 - 32 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{32 + 16} = \sqrt{48} > \sqrt{36} = 6$$

d_{35} подходит по условию