



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$ $\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} = \frac{1}{k^2}$

Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 99058 Класс 11

Вариант 42 Дата 19.02.2022



N2

$$m\sqrt{m}(x^2-6x+9) + \frac{\sqrt{m}}{(x^2-6x+9)} \leq \sqrt[4]{m^3} \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{5}\right)$$

$m \geq 0$, иначе неравенство не имеет решений

$$m \left(\sqrt{m}(x^2-3)^2 + \frac{1}{(x-3)^2 \cdot \sqrt{m}} \right) \leq \sqrt[4]{m^3} \cdot \cos\left|\frac{\pi x}{5}\right|$$

A

т.к. $\sqrt{m} \geq 0$; $(x-3)^2 \geq 0 \Rightarrow$ по неравенству Коши

$A \leq 2$. $m = \text{const} \Rightarrow$ неравенство будет иметь хотя бы 1 решение, если правая часть неравенства будет больше либо равна $2m \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt[4]{m^3} \cdot \cos\left|\frac{\pi x}{5}\right| \geq 2m$$

$$\sqrt[4]{m^3} \Leftrightarrow m^{\frac{3}{4}}, \text{ т.к. } m \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos\left|\frac{\pi x}{5}\right| \geq 2 \left(\frac{m}{m^{\frac{3}{4}}} \right)$$

$$\cos\left|\frac{\pi x}{5}\right| \geq 2 \sqrt[4]{m}$$

$|\cos\left|\frac{\pi x}{5}\right|| \leq 1 \Rightarrow$ неравенство в принципе

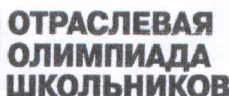
будет иметь решения, если $|2 \sqrt[4]{m}| \leq 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow -1 \leq 2 \sqrt[4]{m} \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \sqrt[4]{m} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\sqrt[4]{m} \geq 0$$

$$\Rightarrow 0 \leq \sqrt[4]{m} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{1}{16}$$

105



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



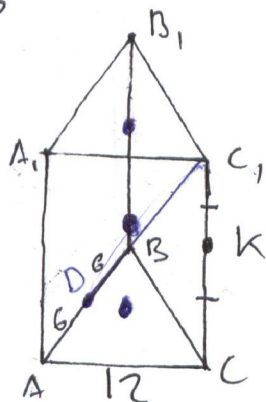
Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Математика

Вариант 42 Дата 19.02.2022



N 6



C, D проходят через центр масс призм $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ лежит на середине $AB \Rightarrow AB = 12$
 (т.к. $AD = 6$)

$$DC - \text{altura } \triangle ABC = 3\sqrt{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow KC = \sqrt{24 - 18} = \sqrt{6}, \text{ target}$$

$CC_1 = 2\sqrt{6}$ (т.к. CC_1 - середина) = высоте призмы. Основания = $3\sqrt{2} \cdot 6 = 18\sqrt{2}$, тогда
 $V_{\text{призмы}} = \frac{1}{3} \cdot \text{Основания} \cdot H_{\text{призмы}} = 18\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{6} =$
 $= 36 \cdot 2\sqrt{3} = 72\sqrt{3}$

100

Qmber: 7253



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 99058 Класс 11

Вариант 42 Дата 19.02.2022

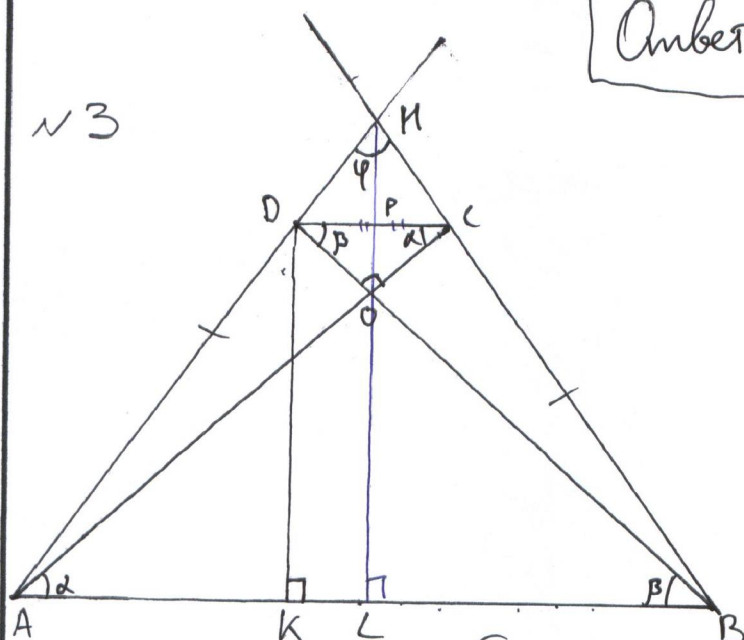


Ответ: $m \in [0; \frac{1}{16}]$

$$AB=101 \quad CD=20$$

$$AC \perp DB$$

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = ?$$



Решение:

$$\triangle ODC \sim \triangle OBA \quad (DC \parallel AB \Rightarrow \text{накрест лежащие углы равны}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{DO}{OB} = \frac{CO}{AO} = \frac{20}{101} \quad \text{или}$$

Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ Трапеция равнобокая $\Rightarrow AD=CB$; $\triangle DOC$,
 $\triangle AOB$ - равнобедренные

$$\text{Пусть } DO=x \Rightarrow \text{из } \triangle DOC: 2x^2=400 \Rightarrow DO=10\sqrt{2}$$

$$\text{Пусть } AO=y \Rightarrow \text{из } \triangle AOB: 2y^2=10201 \Rightarrow y=\sqrt{\frac{10201}{2}}=\frac{101\sqrt{2}}{2}$$

$$\triangle AOD: AD^2=\sqrt{\frac{10201+400}{2}}=\sqrt{\frac{10601}{2}}$$

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = |AD| \cdot |BC| \cdot \cos \varphi$$

$$\triangle HAB \sim \triangle DKC \quad (DC \parallel AB \Rightarrow \angle HDC = \angle HAB; \angle KCD = \angle KBA) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle DKC - \text{равнобедренный}; \frac{KP}{PL} = \frac{20}{101} = \frac{DK}{AD}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 99058 Класс 11

Вариант 42 Дата 19.02.2022



№1

$$x^6 - 2022x^2 - \sqrt{2021} = 0$$

$$x^6 - 2021x^2 - (x^2 + \sqrt{2021}) = 0$$

$$x^2(x^4 - 2021) - (x^2 + \sqrt{2021}) = 0$$

$$x^2(x^2 - \sqrt{2021})(x^2 + \sqrt{2021}) - (x^2 + \sqrt{2021}) = 0$$

Заменим $x^2 = t$; $t \geq 0$ (★)

$$(t^2 + \sqrt{2021})(t^2 - \sqrt{2021}t - 1) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t^2 + \sqrt{2021} = 0 \text{ (★) не удовлетворяет условию} \\ t^2 - \sqrt{2021}t - 1 = 0 \quad (1) \end{array} \right.$$

$$(1) \quad t^2 - \sqrt{2021}t - 1 = 0$$

$$D = 2021 + 4 = 2025$$

$$t_{1,2} = \frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} t = \frac{\sqrt{2021} - 45}{2} \text{ не удовлетворяет условию} \\ t = \frac{\sqrt{2021} + 45}{2} \end{array} \right. \text{ (★)}$$

Обратная замена:

$$x^2 = \frac{\sqrt{2021} + 45}{2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$$

$$\text{Ответ: } x = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$$

55



$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ $E = mc^2$ $\frac{1}{2}mv^2$

Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 99058 Класс 11

Вариант 42 Дата 19.02.2022



$$M = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

Рассмотрим первый вариант развития событий, когда колеса пойдут в диаметрально противоположные стороны. Расстояние между ними будет равно 8, как требуется. Таких случаев 3.

2 вариант: поим по 2м соседним радиусам ^{маленький} ~~Данный~~ треугольник будет равнобедренным т.к. подобен большому $\Rightarrow$ расстояние между центрами = 4 не подходит.



3 вариант:

Когда они лежат не на соседних радиусах (образуют угловой треугольник):



$$\angle = 120^\circ$$

по теореме косинусов:

$$r^2 = 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos\left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow r^2 = 16 \cdot 3 \Rightarrow r = 4\sqrt{3}$$

$$\text{Сравним } 4\sqrt{3} \text{ и } 6 \Rightarrow 4\sqrt{3} > 6 \Rightarrow \text{этот вариант нам не подходит.}$$

$$48 > 36$$

Таких вариантов 6

Итого: ~~$M = 15$~~ , $n = 15$; $m = 6 + 3 = 9 \Rightarrow k = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} = 0,6$

Ответ: 0,6 ~~+~~ 88



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

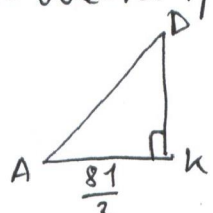
Математика

Шифр 99058 Класс 11

Вариант 42 Дата 19.02.2022



PL - высота треугольника = DK



$$DK = \sqrt{\frac{10601}{2} - \frac{1761}{4}} = \frac{1}{2} \sqrt{20341}$$

$$DK = \frac{20}{101} AD = \frac{20}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{10601}}{101}$$

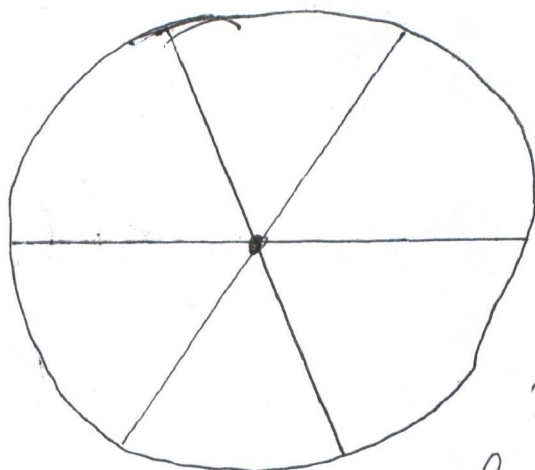
$$\sin \varphi = \frac{10 \sqrt{2} \cdot 101}{2 \sqrt{10601}} = \frac{10 \sqrt{2}}{2 \sqrt{10601}}$$

$$\cos \varphi = 1 - 2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} = 1 - 2 \frac{101 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 10601} = \frac{10500}{10601}$$

$$AD \cdot BC = \frac{10601}{2} \cdot \frac{10500}{10601} = 5250$$

Ответ: 5250

нч



Поле на 6 равных дорожек делит три диаметра поля. Угол между соседними радиусами 60° . Посчитаем общее количество способов начать по m разным дорожкам, для

того, что воспользоваться формулой: $k = \frac{m}{n}$, где k - вероятность события, n - число всех исходов m - число благоприятных.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр

99058 Класс

11

Вариант 42

Дата

19.02.2022



№5 Продолжение:

Такое расположение станций будет возможно, если будет выполняться неравенство в треугольнике для данного случая. Возвращаем к системе:

$$\begin{cases} x + y = 2z \\ z + y = x + a \\ x + z = 75 \Rightarrow z = 75 - x \end{cases} \Rightarrow y = 2x - 75 + a \Rightarrow x + 2x - 75 + a = 150 - 2x$$

$$\Rightarrow x = \frac{225 - a}{5} \Rightarrow z = 50 - \frac{a}{5} \Rightarrow y = 100 - \frac{2a}{5} - \frac{a}{5}$$

$$x = 45 - \frac{a}{5}; z = 30 + \frac{a}{5}; y = 15 + \frac{3a}{5}$$

Такое расположение станций будет возможно, если все 3 расстояния будут $> 0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} 45 - \frac{a}{5} > 0 \Rightarrow a < 225 \\ 30 + \frac{a}{5} > 0 \Rightarrow a > -150 \\ 15 + \frac{3a}{5} > 0 \Rightarrow a > -25 \end{cases} \Rightarrow a \in (-25; 225)$$

Ответ: $a \in (-25; 225)$



ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Уфимский государственный
нефтяной технический университет

Шифр 99058 Класс 11

Вариант 42 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
5	1	0	5	8	8	1	0		

Оценка цифрами

Оценка прописью

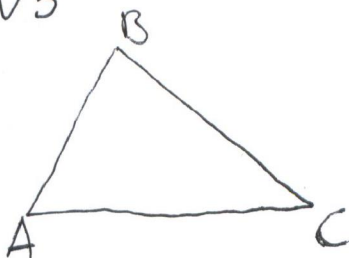
Подпись

4	6
---	---

Сорок шесть

Хайбуллин Р.А.

N5



А - I станция В - II станция С - III станция
Составим систему уравнений в соответствии с условием задачи:

$$\begin{cases} AB + BC = 2AC \\ AC + BC = AB + 15 \\ AB + AC = 75 \end{cases}$$

Для начала решим при $a = 15$: $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} AB + BC = 2AC \\ AC + BC = AB + 15 \\ AB + AC = 75 \end{cases} \quad \text{Пусть } AB = x; BC = y; AC = z \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 2z \\ z + y = x + 15 \\ x + z = 75 \end{cases} \Rightarrow y = 2z - x \Rightarrow y = 2x - 60 \Rightarrow \begin{cases} x + 2x - 60 = 150 - 2x \\ \Rightarrow x = \frac{210}{5} = 42 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 42 \Rightarrow z = 33 \Rightarrow y = 24$$

Ответ: Расстояние между I и II = 42

II и III = 33

III и I = 24

$a \in (?)$

при $a = 15$

85