ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания: Уфимский государственный нефтяной технический университет

Шифр 94553 Класс 11

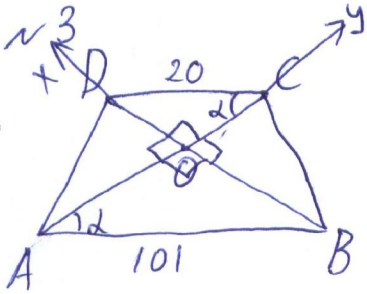
Вариант 42 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу. Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	2		4	1	5		4		7		3								

Оценка цифрами: 35 Оценка прописью: Тридцать пять Подпись: Хайбуллин Р.Я.

№3



Пусть O - пересеч. диаг. Введём систему коорд. с центром в точке O.

$\overline{AD}\cdot\overline{BC}-?$

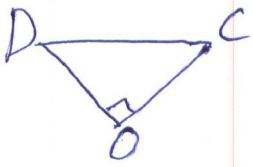
В $\triangle ADC$ $DO\perp OC \Rightarrow \angle DOC=90^\circ \Rightarrow \angle AOB=90^\circ$

Рассмотрим $\triangle DOC$ и $\triangle AOB$.

$\angle OAB=\angle DCO$ (накрест леж)
$\angle AOB=\angle DOC=90^\circ$
$\Rightarrow \triangle DOC \sim \triangle AOB \left(k=\frac{101}{20}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{DO}{OB}=\frac{OC}{AO}=\frac{DC}{AB}=\frac{20}{101} \Rightarrow OB=\frac{101\cdot DO}{20}, AO=\frac{101\cdot OC}{20}$

$DO^2+OC^2=20^2$



$D(DO;0)$
$C(0;OC)$
$A\left(0;-\frac{101OC}{20}\right)$
$B\left(-\frac{101\cdot DO}{20};0\right)$

$\overline{AD}\{DO;\frac{101}{20}OC\}$
$\overline{BC}\{\frac{101}{20}DO;OC\}$

$\overline{AD}\cdot\overline{BC}=\frac{101}{20}\cdot DO^2+\frac{101}{20}\cdot OC^2=\frac{101}{20}(DO^2+OC^2)=$

$=\frac{101}{20}\cdot 20^2=101\cdot 20=\underline{2020}$ (+) 15

Ответ: 2020.

№1

$x^6-2022x^2-2021^{\frac{1}{2}}=0$

$x^6-2021x^2-x^2-2021^{\frac{1}{2}}=0$ $\quad 1\cdot(-1)$

$2021\cdot x^2+2021^{\frac{1}{2}}+x^2-x^6=0$

$t=2021^{\frac{1}{2}}, \quad t>0$

$(x^2)t^2+t+(x^2-x^6)=0$

$D=1-4\cdot x^2(x^2-x^6)=1-4x^4+4x^8$

$\sqrt{D}=\sqrt{4x^8-4x^4+1}=\sqrt{(2x^4-1)^2}=|2x^4-1|$

$\begin{cases} t_1=\frac{-1-\sqrt{4x^8-4x^4+1}}{2} \otimes (t>0) \\ t_2=\frac{-1+\sqrt{4x^8-4x^4+1}}{2} \end{cases}$

(+)

$2\sqrt{2021}=-1+\sqrt{4x^8-4x^4+1}$ 25

$2\sqrt{2021}=-1+|2x^4-1|$

$2\sqrt{2021}+1=|2x^4-1|$

$\begin{cases} 2x^4-1=2\sqrt{2021}+1 \\ 2x^4-1=-2\sqrt{2021}-1 \end{cases}$

при $a=15$

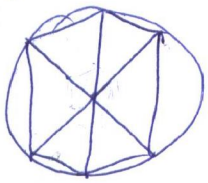
$C = \frac{15}{5} + 30 = 33.$

$z = 45 - \frac{a}{5} = 42$

$x = \frac{3a}{5} + 15 = \frac{3 \cdot 15}{5} + 15 = 24.$

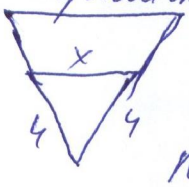
Ответ: $(-25; 225)$; $z=42, C=33, X=24$, где z - расст. от I до II, C - расст. от I до III, X - расст от II до III.

№4



всего есть 36 вариантов как они пойдут, т.к. каждый выбирает одну из шести дорог $6 \cdot 6 = 36$

6 вариантов когда по соседним



расст между ними x, т.к. при соединении точек (концов путей) получ правильный шестиугольник,

то т.к. $\triangle$ подобен большому $\Rightarrow x=4$, значит тако вариант не подходит.

12 вариантов когда через одну дорожку.



x будет равен $\frac{8}{\sqrt{2}} = \left(\frac{6\sqrt{4}}{2}\right)^2 = \sqrt{32} < \sqrt{36} < 6 \Rightarrow$ не подходят, значит нам подходят лишь варианты, где они пошли в противоположные стороны. Таких вариантов ровно 6

$8 > 6$, они подходят, значит ответ $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ - вероятность того, что расст между ними ≥ 6 км.

Ответ: $\frac{1}{6} = 0,1(6)$.

$\begin{cases} 2x^4 = 2\sqrt{2021}+2 \\ 2x^4 = -2(\sqrt{2021}+1) \otimes \end{cases}$ $x^4 = \sqrt{2021}+1$ $\begin{cases} x^2 = +\sqrt{2021}+1 \\ x^2 = -\sqrt{2021}+1 \otimes \end{cases}$ $x^2 = \sqrt{\sqrt{2021}+1}$

$x = \pm\sqrt{\sqrt{\sqrt{2021}+1}} =$

$= \pm(\sqrt{2021}+1)^{\frac{1}{4}}$.

Ответ: $x = (\sqrt{2021}+1)^{\frac{1}{4}}$; $x = -(\sqrt{2021}+1)^{\frac{1}{4}}$.

№2

$m\sqrt{m}(x^2-6x+9) + \frac{\sqrt{m}}{(x^2-6x+9)} \le m^{\frac{3}{4}} \cdot |\cos\frac{\pi x}{5}| \;|:m$, ≥ 1 реш, ОДЗ $m \ge 0$

$\sqrt{m(x-3)^2} + \frac{1}{\sqrt{m(x-3)^2}} \le \sqrt[4]{m} \cdot |\cos\frac{\pi x}{5}|$ (+)

$t, t>0$

$t + \frac{1}{t} \ge 2$, при $t>0$.

при $m=0$ $0 \le 0$ (и)

? $\sqrt[4]{m}\left(t+\frac{1}{t}\right) \le |\cos\frac{\pi x}{5}|$

≥ 2 ≤ 1

найдём когда нет решений

$\sqrt[4]{m}\left((\sqrt[4]{m}(x-3))^2 + \frac{1}{(\sqrt[4]{m}(x-3))^2}\right) > |\cos\frac{\pi x}{5}|$

$\sqrt[4]{m^3}(x-3)^2 + \frac{1}{\sqrt[4]{m}(x-3)^2} > |\cos\frac{\pi x}{5}|$

≥ 2 ≤ 1

$2 + \sqrt[4]{m}(x-3)^2 + \frac{1}{\sqrt[4]{m}(x-3)^2} > |\cos\frac{\pi x}{5}|$,

α, такое что $\sqrt[4]{m}(x-3)^2 + \alpha = \sqrt[4]{m^3}(x-3)^2$

всегда истинно,

$\cos\frac{\pi x}{5} < \sqrt[4]{m^3}(x-3)^2 + \frac{1}{\sqrt[4]{m}(x-3)^2}$

$\cos\frac{\pi x}{5} > -\left(\sqrt[4]{m^3}(x-3)^2 + \frac{1}{\sqrt[4]{m}(x-3)^2}\right)$

значит есть одно решение.

Ответ: $m=0$. ?

(+) 48

№4.

см лист 3.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

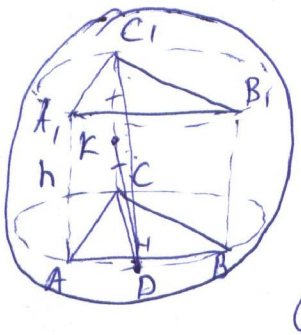
1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

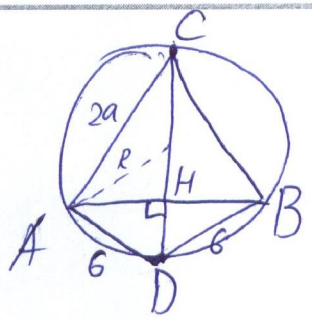
Математика

Площадка написания: Уфимский государственный нефтяной технический университет

Шифр 94553 Класс 11

Вариант 42 Дата 19.02.2022





Пусть сторона основания призмы $= 2a$

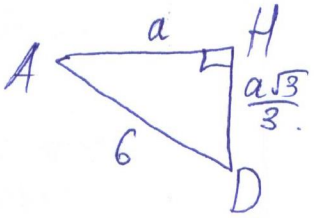
по теор. синусов

$\frac{2a}{\sin 60^\circ} = 2R$

$\frac{2a}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = R.$

$CD = 2R \quad CH = \frac{(2a)\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$

$CD = \frac{4a}{\sqrt{3}}$



$HD = CD - CH = \frac{4\sqrt{3}a}{3} - \frac{3\sqrt{3}a}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a}{\sqrt{3}}.$

$36 = \frac{3a^2}{3} + \frac{a^2}{3}.$

$36 = \frac{4a^2}{3} \quad | : 4$

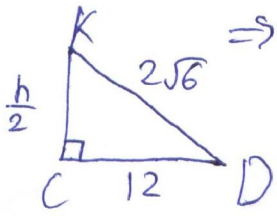
$9 = \frac{a^2}{3}$

$a^2 = 27$

$a = 3\sqrt{3} \Rightarrow$

$CD = CH + HD = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{4a}{\sqrt{3}} =$

$= \frac{4 \cdot 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 12$



$\Rightarrow S_{сеч} = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3} = 27\sqrt{3}$

$144 + \frac{h^2}{4} = 24$

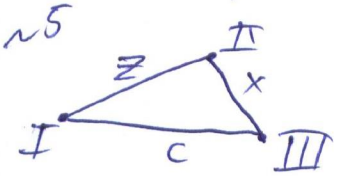
$\frac{h^2}{4} = -120$

$h^2 = -480 \rightarrow \otimes$

+ 35

Ответ: $\varnothing$

№5



$z, x, c \in N$

$\begin{cases} z + x = 2c \\ c + x = z + a \\ z + c = 75 \end{cases}$ $a - ?$ при $a = 15.$

$\begin{cases} x = 2c - z \\ c + 2c - z = z + a \\ z + c = 75 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2c - z \\ 3c - 2z = a \\ z = 75 - c \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2c - z \\ 3c + 2c - 150 = a \\ 2z = 150 - 2c \end{cases}$

$5c - 150 = a$

$5c = a + 150 \Rightarrow \frac{a}{5} + 30 > 0$ $\frac{a}{5} > -30$ $a > -150$

$\Rightarrow \frac{a}{5} < 45 \Rightarrow a < 225$

$c = \frac{a}{5} + 30 \Rightarrow z = 75 - \frac{a}{5} - 30 = 45 - \frac{a}{5}$

$x = \frac{2a}{5} + 60 - 45 + \frac{a}{5} = \frac{3a}{5} + 15 \Rightarrow$ $\frac{3a}{5} > -15$

$\frac{a}{5} > -5$ $a > -25.$

$a \in (-25; 225).$ См дальше.