



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский горный
университет (математика)

Шифр 97946 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

(200 5)

$$A_2 = \frac{m \cdot 100}{y \left(\frac{4}{x} + \frac{m}{y} + \frac{n}{z} \right)} = \frac{m \cdot 100}{y \left(\frac{4m}{y+16} + \frac{m}{y} + \frac{5m}{42} \right)} = \frac{100 \cdot y \cdot 42 \cdot (y+16)}{y (4 \cdot 42 \cdot y + 42(y+16) + 5y^2 + 5 \cdot 16y)} =$$

$$= \frac{4200(y+16)}{168y + 42y + 672 + 5y^2 + 80y} = \frac{4200(y+16)}{5y^2 + 290y + 672}$$

$$y = 13 + \frac{\sqrt{4393}}{5}$$

$$A_2 = \frac{4200 \cdot \left(29 + \frac{\sqrt{4393}}{5} \right)}{5 \cdot 169 + 28\sqrt{4393} + \frac{4393}{5} + 290 \cdot 13 + 58\sqrt{4393} + 672} =$$

$$= \frac{121800 + 840\sqrt{4393}}{5287 + \frac{4393}{5} + 84\sqrt{4393}} = \frac{121800 + 840\sqrt{4393}}{5374,8 + 84\sqrt{4393}} = 10 + \frac{68058}{5374,8 + 84\sqrt{4393}}$$

Ответ: \$ минимальный процент: $10 + \frac{70}{8+355}$

минимальный процент: $10 + \frac{68058}{5374,8 + 84\sqrt{4393}}$

10



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский горный
университет (математика)

Шифр 97946 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



№ 5.

Введем обозначения:

	P	Δ	T
кол-во амуз.	a	b	c
стоимость всего пакета	k	m	n
стоимость 1 амуза в т.р.	x	y	z

из условий:

$$a+b=c$$

$$m \cdot 4 = k \Rightarrow n = 5m$$

$$k+m=n$$

$$x = y + p, \quad p \in \mathbb{Z} [16; 20]$$

$$z \in [42; 60]$$

$$k = a \cdot x$$

$$m = b \cdot y$$

$$n = c \cdot z$$

$$a = \frac{k}{x}$$

$$b = \frac{m}{y}$$

$$c = \frac{n}{z}$$

найти $A = \frac{b \cdot 100}{a+b+c}$

~~решение~~

1) a минимальна, если x - максим., т.е. $x = y + 20$
c миним., если z - максим., т.е. $z = 60$

из ур-я $a+b=c$:

$$\frac{k}{x} + \frac{m}{y} = \frac{n}{z} \Leftrightarrow \frac{4m}{y+20} + \frac{m}{y} = \frac{5m}{60} \Leftrightarrow$$

$$(4y+y+20)z = y(y+20) \Leftrightarrow y^2 + 20y - 60y - 240 = 0 \Leftrightarrow$$

$$y^2 - 40y - 240 = 0 \Leftrightarrow$$

$$y = \frac{40 + \sqrt{1600 + 960}}{2} \Leftrightarrow y = \frac{40 + 16\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow$$

$$y = 20 + 8\sqrt{5}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

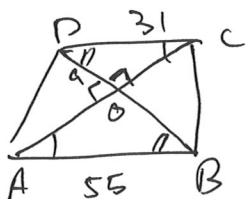
Санкт-Петербургский горный
университет (математика)

Шифр 97946 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



203.



$$OD^2 + OC^2 = 31^2$$

$$OA^2 + OB^2 = 55^2$$

$$OD \leq a$$

$$OB = \frac{55}{31}a \quad (\text{из подобия } \triangle ODC \sim \triangle BOA)$$

$$OC = \sqrt{31^2 - a^2}$$

$$OA = \frac{55}{31} \sqrt{31^2 - a^2}$$

$$BC^2 = OC^2 + OB^2 = 31^2 - a^2 + \left(\frac{55}{31}\right)^2 a^2 = 31^2 + a^2 \left(\frac{55^2}{31^2} - 1\right)$$

$$AD^2 = OD^2 + AO^2 = a^2 + \left(\frac{55}{31}\right)^2 (31^2 - a^2) = \frac{55^2}{31^2} 31^2 - a^2 \left(\left(\frac{55}{31}\right)^2 - 1\right)$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{BC} = |\vec{AD}| |\vec{BC}| \cdot \cos(\angle \vec{AD}, \vec{BC})$$

1

кет решение



Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский горный университет (математика)

Шифр 97946 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

(№ 5)

каждому A :

$$A_1 = \frac{m \cdot 100}{y \left(\frac{k}{x} + \frac{m}{y} + \frac{n}{z} \right)} = \frac{m \cdot 100}{y \left(\frac{4m}{y+20} + \frac{m}{y} + \frac{5m}{60} \right)} = \frac{100 \cdot 12 \cdot y \cdot (y+20)}{y \cdot (4y \cdot 12 + 12 \cdot (y+20) + y(y+20))} =$$

$$= \frac{1200(y+20)}{y^2 + 80y + 240}$$

$$y = 20 + 8\sqrt{5}$$

$$A_1 = \frac{1200 \cdot (40 + 8\sqrt{5})}{16(45 + 20\sqrt{5}) + 1600 + 640\sqrt{5} + 240} = \frac{48000 + 9600\sqrt{5}}{2560 + 960\sqrt{5}} =$$

$$= \frac{150 + 30\sqrt{5}}{8 + 3\sqrt{5}} = 10 + \frac{70}{8 + 3\sqrt{5}}$$

a, c - ~~минимально~~ $\Rightarrow A_1$ - ~~максимально~~

2) ~~тогда~~ A_2 - ~~минимально~~, a, c - ~~максимально~~
 $\Rightarrow$ т.е. x, z - ~~минимально~~:

$$x = y + 16$$

$$z = 42$$

из ур-я $a+b=c$:

$$\frac{k}{x} + \frac{m}{y} = \frac{n}{z} \Leftrightarrow \frac{4m}{y+16} + \frac{m}{y} = \frac{5m}{42} \Leftrightarrow$$

$$(4y + y + 16)42 = 5y(y + 16) \Leftrightarrow 210y + 672 = 5y^2 + 80y \Leftrightarrow$$

$$5y^2 - 130y - 672 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{65 + \sqrt{4393}}{5} = 13 + \frac{\sqrt{4393}}{5}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.



Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский горный
университет (математика)

Шифр

97946 Класс

11

Вариант 21

Дата

19.02.2022

Дано 2.

$$f(x) + (0,5 + x) f(1-x) = 1$$

~~задача~~ подставим в ур-е вместо x (a) и $(1-a)$:

$$f(a) + (0,5 + a) f(1-a) = 1 \quad (2)$$

$$f(1-a) + (1,5 - a) f(a) = 1 \quad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow f(1-a) = 1 - f(a)(1,5 - a) \text{ подставим в } (2):$$

$$f(a) + (0,5 + a) - (0,5 + a)(1,5 - a) f(a) = 1 \Leftrightarrow$$

$$f(a)(1 - (0,5 + a)(1,5 - a)) = 0,5 - a \Leftrightarrow$$

$$f(a)(1 + a^2 - a - \frac{3}{4}) = 0,5 - a \Leftrightarrow$$

$$f(a) = \frac{0,5 - a}{a^2 - a + \frac{1}{4}} \Leftrightarrow$$

$$f(a)(0,5 - a)^2 = (0,5 - a) \Leftrightarrow$$

$$(0,5 - a)(f(a)(0,5 - a) - 1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$a = 0,5$$

$$f(a) = \frac{1}{0,5 - a}$$

Ответ: $f(x) = \frac{1}{0,5 - x}$

не опред. значение в т. $x = 0,5$



$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$ $H-C-H$

Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский горный
университет (математика)

Шифр 97946 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

№ 4.

Представим трубу в виде ~~из~~ множества из 100
сантиметровых кусочков $\square\square\square\dots\square\square\square$

100 см.

задача не
дискретная

тогда всего способов разделить её на 3 части

~~факт~~ $A_1 = \frac{99 \cdot 98}{2}$

0

в каждой кол-во способов разделить её на 3 части,
тогда длина каждой доля не менее 25 см

$\square\dots\square \overset{1}{\mid} \square\dots\square \overset{1}{\mid}$
25 см. 50 см.

замечим, что первое разделение
мы можем поставить на
25 см (т.к. длина оставшегося
куска должна быть не менее 50 см)

если длина 1-го куска 50 см, то второй
можно разделить всего одним способом,
если 49 см, это 2-м, и т.д.

т.е. 25 см. соответствует 26 способов

значит всего способов разделить трубу нуж-
ным образом $A_2 = \frac{1+2+\dots+26}{2} = \frac{26 \cdot 27}{2}$

каждой вероятности: $P = \frac{A_2}{A_1} = \frac{26 \cdot 27 \cdot 2}{99 \cdot 98} = \frac{3 \cdot 13}{11 \cdot 49} =$

$= \frac{39}{539}$

Ответ: $\frac{39}{539}$



Математика

Площадка написания
Санкт-Петербургский горный
университет (математика)

Шифр 97946 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	8	0	0	1	0	3	0		

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

5	3	пятьдесят три							
---	---	---------------	--	--	--	--	--	--	--

№ 1.

$$x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} = 0 \quad (*)$$

$$a = x^3$$

$$(*) \Leftrightarrow a^3 - 2022a + \sqrt{2021} = 0 \Leftrightarrow$$

$$a^3(a^2 - 2021) - (a - \sqrt{2021}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$a(a - \sqrt{2021})(a + \sqrt{2021}) - (a - \sqrt{2021}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$(a - \sqrt{2021})(a^2 + \sqrt{2021}a - 1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a = \sqrt{2021} \\ a = \frac{-\sqrt{2021} \pm \sqrt{2021 + 4}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} a = \sqrt{2021} \\ a = \frac{-\sqrt{2021} \pm 45}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = \sqrt[3]{\sqrt{2021}} \\ x = \sqrt[3]{\frac{45 - \sqrt{2021}}{2}} \\ x = -\sqrt[3]{\frac{45 + \sqrt{2021}}{2}} \end{cases}$$

Ответ: $\left\{ \sqrt[3]{\sqrt{2021}}; \sqrt[3]{\frac{45 - \sqrt{2021}}{2}}; -\sqrt[3]{\frac{45 + \sqrt{2021}}{2}} \right\}$

5



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский горный университет (математика)

Шифр

97946 Класс

11

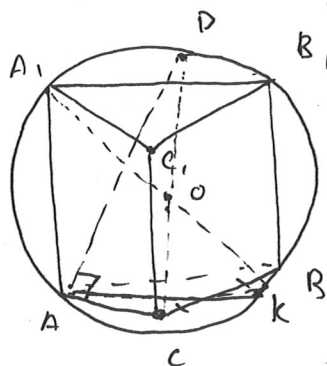
Вариант 21

Дата

19.02.2022



№ 6.



$$R=6$$

$$AD=4\sqrt{5}$$

1) CD - диаметр, в $\triangle ACD$ и $\triangle C1D1$ лежат на сфере $\Rightarrow \angle DAC = 90^\circ$

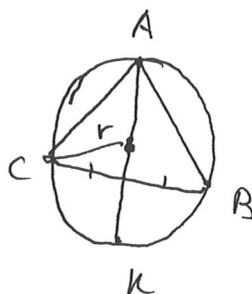
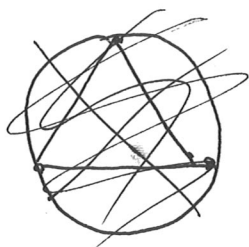
$$AC = \sqrt{CD^2 - AD^2} = \sqrt{4R^2 - AD^2} = \sqrt{144 - 96} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} = CB = AB$$

2) призма правильная $\Rightarrow (\angle AA_1, \angle ACB) = 90^\circ$
 $\Rightarrow$ проведём диаметр A_1K , тогда угол $\angle A_1AK = 90^\circ$

$$\angle (AA_1, \angle ABC) = 90^\circ \Rightarrow K \in (ABC)$$

$$\angle A_1AK = 90^\circ$$

3) $\triangle ABC$ - равносторонний, AK - медиана, AK - диаметр окружности, описанной около $\triangle ABC$



$$r = \frac{|AC| \cdot |AB| \cdot |BC|}{4S_{ABC}}$$

$$S_{ABC} = \sqrt{6\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{3})^3} = 12\sqrt{3}$$

$$r = \frac{(4\sqrt{3})^3}{4 \cdot 12\sqrt{3}} = \frac{16 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \sqrt{3}} = 4$$

$$\Rightarrow AK = 2r = 8$$

4) A_1K - диаметр, $|A_1K| = 12$

$$A_1A = \sqrt{A_1K^2 - AK^2} = \sqrt{144 - 64} = 4\sqrt{5}$$

$$5) V_{\text{призма}} = AA_1 \cdot S_{ABC} = 4\sqrt{5} \cdot 12\sqrt{3} = 48\sqrt{15}$$

$$\text{Ответ: } V = 48\sqrt{15}$$

30