ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Тюменский индустриальный университет

Шифр 88596 Класс 9

Вариант 41 Дата 19.02.2022

Задание 2

1) Р-им данную последовательность:

$$x_0 = \frac{1}{2021}\ ;\ x_1 = \frac{1}{2020}\cdot\frac{1}{2021}\ ;\ x_2 = \frac{1}{2018}\cdot\frac{1}{2020}\ ;\ \dots$$

$$\dots\ ;\ x_{2020} = \frac{1}{1\cdot 2}$$ (из формулы данной в условии)

2) Заметим, что $x_{2020} = \frac{1}{2021-2020}\left(x_0 + \dots + x_{2019}\right) =$

$$= x_0 + \dots + x_{2018} = \frac{1}{1\cdot 2} = \frac{1}{2}$$

10

$$\Rightarrow S_n = x_0 + \dots + x_{2018} + x_{2020} = x_{2020}\cdot 2 = \frac{1}{2}\cdot 2 = 1$$

Ответ: $S_n = 1$

$x_1 = \frac{1}{2021 - 2020} \cdot x_1$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Тюменский индустриальный университет

Шифр 88596 Класс 9

Вариант 41 Дата 19.02.2022



ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

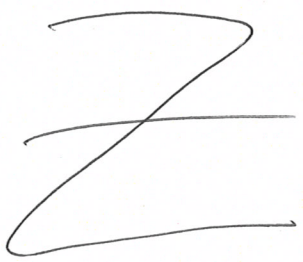
Математика

Площадка написания

Тюменский индустриальный университет

Шифр 88596 Класс 9

Вариант Дата 19.02.2022



$\Rightarrow \quad 2y + 2(3x - y) = a + 120$

$6x = a + 120$

из (4): $2z - 2x = a \mid \cdot 3$ — подставим вместо $6x$.

$6z - 6x = 3a$

$\Rightarrow \quad 6z - a - 120 = 3a$

$\Rightarrow z = \frac{4a + 120}{6} = \frac{2}{3}a + 20$

При этом из пункта 1):

$z < 60$

$\Rightarrow \quad \frac{2}{3}a + 20 < 60$

$\frac{2}{3}a < 40$

$\Rightarrow a < 60$

т.о. $60 > a > 0$

30

II. при $a = 30$:

$6x = a + 120$

$\Rightarrow x = \frac{a+120}{6} = \frac{30+120}{6} = 25$ км

$x + y = 60$ км

$\Rightarrow y = 60 - x = 60 - 25 = 35$ км

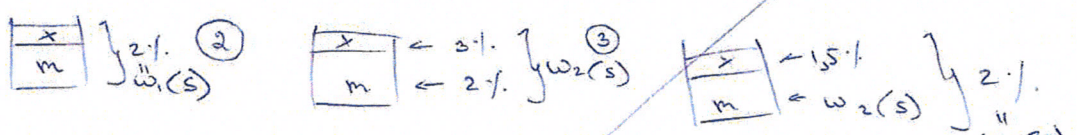
$\Rightarrow z = 3x - y = 3 \cdot 25 - 35 = 40$ км

Ответ: $a < 60$ км; при $a = 30$: $x = 25$ км, $y = 35$ км, $z = 40$ км

Задание 4

1) Пусть отливали всегда x серы (по массе), а оставалось m

=> Всего масса серы в емкости $(x+m)$



2) $\omega(S)$ - концентрация серы.

$$\Rightarrow \omega_1(S) = 2\%$$

$$\omega_2(S) = \frac{\omega_1(S)\cdot m + \omega_x(S)\cdot x}{m+x} = \frac{2\%\cdot m + 3\%\cdot x}{m+x} = 2\% + \frac{x}{m+x}\%$$

$$\omega_3(S) = \frac{\omega_2(S)\cdot m + \omega_x(S)\cdot x}{m+x} = \frac{2m + \frac{xm}{x+m} + 1{,}5x}{m+x} =$$

$$= \frac{2m^2 + 4{,}5xm + 1{,}5x^2}{m^2} = 2\% \quad | : m^2$$

$$\Rightarrow 2 + \frac{x}{m}\cdot 4{,}5 + 1{,}5\left(\frac{x}{m}\right)^2 = \frac{2}{m^2}$$

$$1{,}5\left(\frac{x}{m}\right)^2 + 4{,}5\frac{x}{m} + 2 - \frac{2}{m^2} = 0$$

Задание 4

1) Пусть масса серы в емкости m, тогда отливаем часть α

=> масса которую отливали была $\alpha \cdot m$

2) ω - концентрация серы.

1) m ← $\omega_I = 2\%$ (было изначально) ; $\omega_2 = 3\%$ (добавили во 2-ой раз) ; $\omega_3 = 1{,}5\%$ (добавили в 1-ый раз) ; $\omega_{III} = 2\%$ (стало после 2-ух добавлений)

$$\omega_{II} = \frac{\omega_I \cdot (1-\alpha) m + \omega_2 \cdot \alpha \cdot m}{m} \cdot 100\% = 2(1-\alpha) + 3\alpha =$$

ω_{II} — стало после 1-ого добавления

$$= 2 - 2\alpha + 3\alpha = \alpha + 2$$

$$\omega_{III} = \frac{\omega_{II} \cdot (1-\alpha) \cdot m + \omega_3 \cdot \alpha \cdot m}{m} \cdot 100\% =$$

$$= \frac{(\alpha+2)(1-\alpha)m + 1{,}5 \cdot \alpha \cdot m}{m} = 2$$

$$\Rightarrow -\alpha^2 + 0{,}5\alpha + 2 = 2$$

$$\Rightarrow \alpha(0{,}5 - \alpha) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \alpha = 0 \text{ - противоречие с условием, т.к. отливали и добавляли какое-то кол-во массы} \\ \alpha = 0{,}5 \end{array}\right.$$

=> Ответ: отливали $\frac{1}{2}$ часть.

20

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Тюменский индустриальный университет

Шифр 88596 Класс 9

Вариант 41 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	1	0	0	2	0	0	3	0	

Оценка цифрами: 65

Оценка прописью: ШЕСТЬДЕСЯТ ПЯТЬ

Подпись:

Задание 1

$x^9 - 21x^3 - \sqrt{22} = 0$

① $x^9 + x^3 - 22x^3 - \sqrt{22} = 0$

② $(x^9 - 22x^3) + (x^3 - \sqrt{22}) = 0$

③ $x^3(x^6 - 22) + (x^3 - \sqrt{22}) = 0$

④ $x^3(x^3 - \sqrt{22})(x^3 + \sqrt{22}) + (x^3 - \sqrt{22}) = 0$

⑤ $(x^3 - \sqrt{22})(x^6 + x^3\sqrt{22} + 1) = 0$

$\Rightarrow$ $\left[\begin{array}{l} x^3 - \sqrt{22} = 0 \quad \text{I} \\ x^6 + x^3\sqrt{22} + 1 = 0 \quad \text{II} \end{array}\right.$

I. $x^3 = \sqrt{22} \Rightarrow x = \sqrt[6]{22}$

II. Пусть $x^3 = t$:

$t^2 + \sqrt{22}t + 1 = 0$

$D = 22 - 4 = 18$

$t_1 = \frac{-\sqrt{22} + \sqrt{18}}{2} \Rightarrow t = x^3 = \frac{-\sqrt{22} + \sqrt{18}}{2}$ (*)

$t_2 = \frac{-\sqrt{22} - \sqrt{18}}{2} \Rightarrow t = x^3 = \frac{-\sqrt{22} - \sqrt{18}}{2}$ (x)

(*) $\Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{18} - \sqrt{22}}{2}} = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}(3 - \sqrt{11})}{2}}$

(x) $\Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{22} - \sqrt{18}}{2}} = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2}(3 + \sqrt{11})}{2}}$

Ответ: $x = \sqrt[6]{22}$; $x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2}(3 + \sqrt{11})}{2}}$; $x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}(3 - \sqrt{11})}{2}}$

5

Задание 5

1) Заметим, что вероятность того, что ~~одна из~~ часть ~~частей~~ будет равна 50 см равна $\frac{1}{200}$ т.к. длина трубы 200 см

=> 4 вариантов длин частей 200, но т.к частей 3, то вероятность увеличивается втрое

=> вероятность того, что хотя бы одна часть равна 50 см равна $\frac{3}{200}$

↑

в этой вероятности также учтены случаи, когда две части равны 50 см

=> вероятность того, что все три части будут неравны равна $1-\frac{3}{200}=\frac{197}{200}$

Ответ: $\frac{197}{200}$.

Решение неверно ☹

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

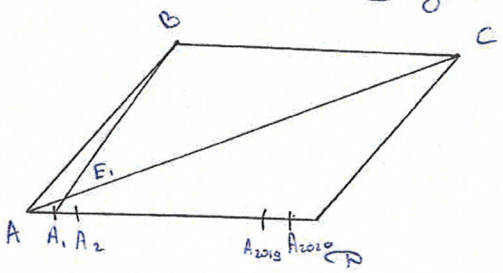
Математика

Площадка написания: Тюменский индустриальный университет

Шифр 88596 Класс 9

Вариант 41 Дата 19.02.2022

Задание 3



Дано:

$ABCD$ - параллелограмм (п-л-м)

$A_1, A_2, \dots, A_{2020} \in AD$

$AA_1 = A_1A_2 = \dots = A_{2020}D$

$BA_1 \cap AC = E_1$

$\frac{AE_1}{AC} - ?$

Решение:

1) Заметим, что если провести через точки $A_2, A_3 \dots, A_{2020}$, прямые $\parallel BA_1$, то по теореме Фалеса они отсекут на отрезке AC отрезки, которые будут равны между собой (т.к. $ABCD$ - п-л-м)

$\Rightarrow$ их кол-во будет равно кол-ву отрезков на стороне AD, т.к. их 2021 (2020+1 - эффект +; - 1)

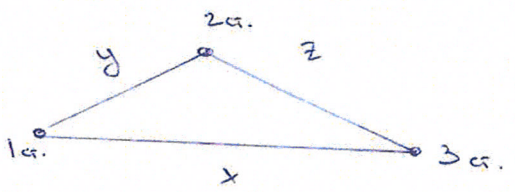
неверно

2) то $\frac{AE_1}{AC} = \frac{1}{2021}$

10

Ответ: AE_1 составляет $\frac{1}{2021}$ часть AC.

Задание 6



Дано:

1) $y + z = 3x$ ①
2) $y + a = z + x$ ②
3) $x + y = 60$ км ③

Решение:

1) т.к. станции не лежат на одной прямой => образуют треугольник => для нахождения значений a используем н-во Δ.

2) ③ $x + y > z$ (по н-ву Δ)

=> т.к. $x + y = 60$, то $z < 60$

Из ① вычтем ②:

$z - a = 3x - z - x$

$2z - 2x = a$ ④

3) $x + y = 60 \mid \cdot 2$

$$\begin{cases} 2x + 2y = 120 \\ 2z - 2x = a \end{cases}$$

сложим эти 2 ур-ия:

$2y + 2z = a + 120$

Из ①: $z = 3x - y$