



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Площадка написания
Тюменский индустриальный
университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 86630 Класс 11

Вариант 41 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
5				1	6	2	0		

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

4	1	СОРОК ОДИН							
---	---	------------	--	--	--	--	--	--	--

Задача 1.

$$x^6 - 2022x^2 + \sqrt{2021} = 0$$

$$x^6 - 2021x^2 - x^2 + \sqrt{2021} = 0$$

$$x^2(x^4 - 2021) - (x^2 - \sqrt{2021}) = 0$$

$$x^2(x^2 - \sqrt{2021})(x^2 + \sqrt{2021}) - (x^2 - \sqrt{2021}) = 0$$

$$(x^2 - \sqrt{2021})(x^2(x^2 + \sqrt{2021}) - 1) = 0$$

$$(x - \sqrt[4]{2021})(x + \sqrt[4]{2021})(x^4 + x^2\sqrt{2021} - 1) = 0$$

$$x = \sqrt[4]{2021}$$

$$x = -\sqrt[4]{2021}$$

$$x^4 + x^2\sqrt{2021} - 1 = 0$$

$$x = \pm \sqrt[4]{2021}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$$

Рассмотрим отдельно

$$x^4 + x^2\sqrt{2021} - 1 = 0$$

$$D = 2021 + 4 = 2025 = 45^2$$

$$x^2 = \frac{\sqrt{2021} - 45}{2} \text{ — отрицат.}$$

$$x^2 = \frac{\sqrt{2021} + 45}{2} \text{ — корень, т.к. } x^2 > 0,$$

$$\sqrt{2021} < \sqrt{2025} = 45$$

$$\sqrt{2021} - 45 < 0$$

Ответ:
$$\begin{cases} x = \pm \sqrt[4]{2021} \\ x = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}} \end{cases}$$

Стр. 1



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc) \quad E=mc^2$$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Тюменский индустриальный университет

Шифр 86630 Класс 11

Вариант Дата 19.02.2022



Задача 5.

Т.к.
$$\begin{cases} x + z = 85 \\ z + y = x + a \end{cases} \rightarrow \text{то } z + y = 85 - z + a$$

$$\boxed{2z + y = 85 + a}$$

Т.к.
$$\begin{cases} z = 17 + \frac{y}{5} \\ 2z + y = 85 + a \end{cases} \rightarrow \text{то } 34 + \frac{2}{5}y + y = 85 + a$$

$$\frac{7}{5}y = 51 + a$$

Учитывая, что условия на y ,
которые мы получили в начале
выходят:

$$\frac{255}{7} < \frac{255 + 5a}{7} < 85$$

$$255 < 255 + 5a < 595$$

$$0 < 5a < 340$$

$$\underline{0 < a < 68}$$

$$\boxed{y = \frac{255 + 5a}{7}}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 85 \\ 7 \\ \hline 595 \\ 29015 \\ - 30168 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline 0 \end{array}$$

20

2) $a = 5$:

Т.к. из пункта (1) $y = \frac{255 + 5a}{7}$, то $y = \frac{255 + 25}{7} = 40$

Т.к. $5z - y = 85$, то $5z - 40 = 85 \Leftrightarrow 5z = 125$

$$\boxed{z = 25}$$

Т.к. $x + z = 85$, то $x + 25 = 85 \Leftrightarrow \boxed{x = 60}$

Ответ: 1) $a \in (0; 68)$
2) при $a = 5$,
 $x = 60$ км; $y = 40$ км; $z = 25$ км.

СТО. 5



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Тюменский индустриальный университет

Шифр 86630 Класс 11

Вариант Дата 19.02.2022



Задача 4.

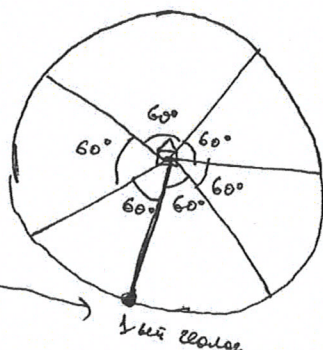
Круглая ~~стан~~ поля с границей газона:

Скорость: $5 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$

Найти: Вероятность того, что через час между газонами будет расстояние больше 8 км ($P(>8 \text{ км}) = ?$)

Решение:

Угол 60° , т.к., по условию, 6 секторов равны



Представим начальные условия в более удобном виде:

1) Пусть нам известно, на какую дорожку вышел первый газон

2) Пусть радиус круглой поля (R) равен 5 км .

Тогда есть 6 вариантов, куда мог пойти второй:

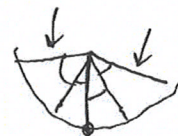
— (1) на ту же дорожку

— (2) на две соседние дорожки:



— (3) на две дорожки следующие после соседних:

— (4) на дорожку, которая в совокупности с дорожкой для первого даёт диаметр.



Очевидно, что та же дорожка не подходит, т.к. расстояние $= 0$, а последняя, наоборот, подходит, т.к. $R+R = 10 \text{ км} > 8 \text{ км}$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$E = mc^2$$

$$m = \frac{F}{a}$$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Тюменский индустриальный
университет

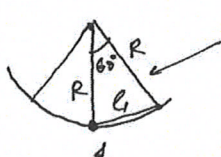
Шифр 86630 Класс 11

Вариант Дата 19.02.2022



Задача 4.

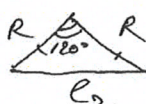
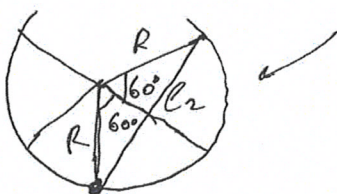
Теперь рассмотрим две соседние дорожки:



Получаем равнобедр. Δ с углом 60° (то есть равнобедренный) $\Rightarrow$
 $\Rightarrow C_1 = R = 5 \text{ км} < 8 \text{ км}$

$\Downarrow$
Две соседние дорожки не подходят.

Отдельно рассмотрим две следующие за соседними дорожки:



Получаем равнобедр. Δ с углом 120° . Применим теорему косинусов:

$$C_2 = \sqrt{R^2 + R^2 - 2R^2 \cos 120^\circ} =$$

$$= \sqrt{3R^2} = \sqrt{3} R \approx 8,5 \text{ км}$$

Округим $\sqrt{3}$ до 1,7 (меньшей величины), тогда

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ 119 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$5 \cdot 1,7 = 8,5 \text{ км} > 8 \text{ км}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} R > 8 \text{ км}$$

$$p(> 8 \text{ км}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Ответ: 0,5

Выходит, что данные варианты подходят

16

В итоге подходящими являются 3 из 6 вариантов $\Rightarrow$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Тюменский индустриальный
университет

Шифр 86630 Класс 11

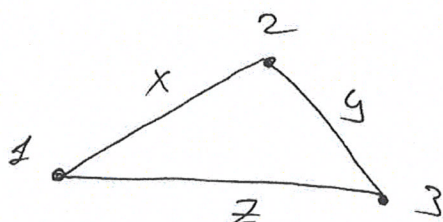
Вариант Дата 19.02.2022



Задача 5.

Обозначим компрессорные станции за 1, 2, 3:

(по условию соединены прямыми линиями дорогами)



(кратчайшее)

Пусть расстояние от 1 до 2 = x ;

от 2 до 3 = y ;

от 3 до 1 = z .

С помощью введенных обозначений запишем условия:

$$\begin{cases} x+y=4z \\ z+y=x+a \\ x+z=85 \end{cases}$$

$$z+y=x+a$$

$$x+z=85 \leftarrow 85 \text{ км (км будут подразумеваться везде)}$$

Найти:

1) Все значения a , для которых было бы возможным указанное распол. станций

2) $x=?$ при $y=?$ $a=5$
 $z=?$

Решение:

1) Заметим, что совокупность станций и дорог между ними составляет треугольник со сторонами x, y, z . Тогда верны (основные) базовые неравенства, связанные с треугольником:

Из $y < x+z$ следует, что $y < 85$

Из $x < y+z$ следует, что $x < 85+a$, т.е. $a > 0$

Т.к. $\begin{cases} x+y=4z \\ x+z=85 \end{cases}$ то $5z-y=85 \Rightarrow z = 17 + \frac{y}{5}$

$$\begin{cases} x < y+z \\ y < x+z \\ z < x+y \end{cases}$$