



Задача 4.

Заметим, что если хотя бы одно из представленных мест ~~нет~~ (далее - п.м.) находится на расстоянии ≤ 25 см от одного из концов трубы, то одну из частей нельзя будет использовать в качестве отвода к газовой трубе. Значит, оба п.м. должны находиться в центральной части трубы $\&$ длиной 50 см, иначе было бы $\frac{50}{100} - \frac{50}{100} = 0,25$.

Далее мы, для того чтобы исп. 3 части в качестве отводов к газовой трубе расстояние между п.м. должно быть больше или равно 25 см.

Пусть $c(q)$ - кол-во способов разместить два п.м. на трубе 50 см. так, что расст. между ними равно q . Заметим, что $c(q)$ равно $50-q$. Пусть, для определенности $c(q) = (50-q)k$

здесь не дискретно, т.е. "количество" бесконечно



Задача 4.

Заметим, что $C(q) + C(50-q) = 50k$.

Рассмотрим ^{способ} ~~способ~~ рассмотреть два н.м.

с расст. между ними ≥ 25 см. Пусть будет расст.

$$\text{на } \forall \varepsilon > 0. \frac{50}{\varepsilon} = 2L. \quad C(25) + C(25+\varepsilon) + C(25+2\varepsilon) + \dots + C(25+\varepsilon L) = 50L - \left(25L - \left(\frac{\varepsilon + \varepsilon L}{2} \cdot L\right)\right)k =$$

$$= \left(25L - \frac{\varepsilon + 25}{2} \cdot L\right)k$$

Рассмотрим способ рассмотреть два н.м. на
пути 50 см:

$$C(\varepsilon) + C(2\varepsilon) + \dots + C(50-2\varepsilon) + C(50-\varepsilon) = 50k \cdot L$$

Тогда также что пути 50 см расст. между
н.м. ≥ 25 см:

$$\frac{\left(25L - \frac{\varepsilon + 25}{2} \cdot L\right)k}{50kL} = \frac{1}{2} - \frac{\varepsilon + 25}{2 \cdot 50} = \frac{1}{2} - \frac{25}{100} = \frac{1}{4} (\varepsilon \rightarrow 0).$$

Тогда иск. вероятности из условия задачи:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16} = 0,0625$$

Ответ: $0,0625 = 6,25\%$

16



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

Кубанский государственный
технологический университет

Шифр 84128 Класс 10

Вариант 21 Дата 19.02.2022

Задача 12.

$$(11): x^2 + \sqrt{2021}x - 1 = 0$$

$$D = 2021 + 4 = 2025 \quad \sqrt{D} = 45$$

$$x_2 = \frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}$$

$$x_3 = \frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}$$

$$\text{Итого: } x_1 = \sqrt{2021}; \quad x_2 = \frac{45 - \sqrt{2021}}{2}; \quad x_3 = \frac{-45 - \sqrt{2021}}{2};$$

$$x = \sqrt[3]{x} \Rightarrow x_1 = \sqrt[3]{2021}; \quad x_2 = \sqrt[3]{\frac{45 - \sqrt{2021}}{2}};$$

$$x_3 = \sqrt[3]{\frac{-45 - \sqrt{2021}}{2}}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt[3]{2021}; \quad \sqrt[3]{\frac{-45 - \sqrt{2021}}{2}}; \quad \sqrt[3]{\frac{45 - \sqrt{2021}}{2}}$$

5



Задание 3.

$$8) 2BC \cdot CE \cdot \cos \alpha = BC^2 + CE^2 - BE^2$$

$$BC \cdot CE \cdot \cos \alpha = \frac{55^2 y^2 + 31^2 x^2 + 31^2 y^2 + 55^2 x^2 - 24^2}{2} =$$

$$= \frac{55^2(x^2 + y^2) + 31^2(x^2 + y^2) - 24^2}{2} = \frac{55^2 + 31^2 - 24^2}{2} =$$

$$= \frac{3025 + (31-24)(31+24)}{2} = \frac{3410}{2} = 1705 (CE=AD) \Rightarrow 2BC \cdot AD \cdot \cos \alpha = 1705$$

9) Чтобы определить $\overline{AD} \cdot \overline{BC} = AD \cdot BC \cdot \cos \varphi$, где φ - угол между векторами.

$$10) \text{ угол между } AD \text{ и } BC - \alpha \Rightarrow \overline{AD} \cdot \overline{BC} =$$

$$= AD \cdot BC \cdot \cos \alpha = 1705$$

Ответ: 1705

15



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$ $\frac{1}{2}mv^2$

Площадка написания
Кубанский государственный
технологический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 84128 Класс 10

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	5	1	0	1	5	1	6		

Оценка цифрами	Оценка прописью	Подпись
46	сорок шесть	<i>[Signature]</i>

Задание 1.

$$x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} = 0 \quad \text{Пусть } t = x^3$$

$$t^3 - 2022t + \sqrt{2021} = 0$$

$$t(2022 - t^2) = \sqrt{2021}$$

Нетрудно заметить, что $t = \sqrt{2021}$ является реш. Подставим $t^3 - 2022t + \sqrt{2021} = 0$ на множителям.

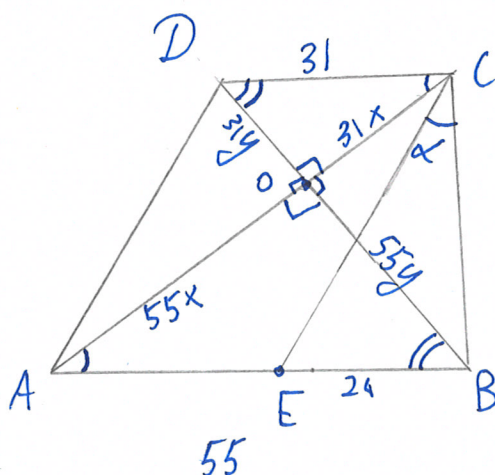
$$\begin{array}{r} t^3 - 2022t + \sqrt{2021} \quad | \quad t - \sqrt{2021} \\ - t^3 + \sqrt{2021}t^2 \\ \hline \sqrt{2021}t^2 - 2022t \\ \sqrt{2021}t^2 - 2021t \\ \hline -t + \sqrt{2021} \\ -t + \sqrt{2021} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$t^3 - 2022t + \sqrt{2021} = (t - \sqrt{2021})(t^2 + \sqrt{2021}t - 1) = 0$$

$$\begin{cases} t - \sqrt{2021} = 0 & (I) \\ t^2 + \sqrt{2021}t - 1 = 0 & (II) \end{cases} \quad (I) : t = \sqrt{2021}$$



Задание 3.



Решение: 1) Пусть O - точка пересечения AC и BD . Тогда $\angle AOB = 90^\circ$.

2) Проведем $CE \parallel AD$ ($E \in AB$).
 $CD = AE$; $AD = CE$ ($ADCE$ - параллелограмм). Пусть $\angle BCE = \alpha$

3) $BE = AB - AE = AB - CD = 24$.

4) $CD \parallel AB \Rightarrow \triangle AOB$ подобен $\triangle COD$ по 3-м. углам. Пусть $DO = 31y$; $CO = 31x$. П.к. $\frac{AB}{CD} = \frac{55}{31}$, то $BO = 55y$; $AO = 55x$.

5) По т. Пифагора для $\triangle COD$: $DC^2 = DO^2 + CO^2$
 $31^2 = 31^2 y^2 + 31^2 x^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$

6) По т. Пифагора для $\triangle AOD$ и $\triangle BOC$:

$$AD^2 = DO^2 + AO^2 = 31^2 y^2 + 55^2 x^2$$

$$BC^2 = CO^2 + BO^2 = 31^2 x^2 + 55^2 y^2$$

7) По теореме косинусов для $\triangle BCE$:

$$BE^2 = BC^2 + CE^2 - 2 BC \cdot CE \cdot \cos \alpha$$



Площадка написания

Кубанский государственный
технологический университет

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 84128 Класс 10

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Задание 2.

Рассм. $x = 0,5$:

$$f(0,5) + 1 \cdot f(0,5) = 1$$

$$f(0,5) = \frac{1}{2}$$

Рассм. $x = t$ и $x = 1-t$

$$\begin{cases} f(t) + (0,5+t) f(1-t) = 1 \\ f(1-t) + (0,5+1-t) f(1-1+t) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(t) + (0,5+t) f(1-t) = 1 \\ f(1-t) + (1,5-t) f(t) = 1 \end{cases}$$

$$f(t) + (0,5+t) f(1-t) = f(1-t) + (1,5-t) f(t)$$

$$f(1-t)(t-0,5) = f(t)(0,5-t)$$

При $t = x \neq 0,5$:

~~$f(1-t) = f(t)$~~ $f(1-t) = -f(t)$. Подставим в (2):

$$-f(1-t) + (0,5+t) f(1-t) = 1$$

$$f(1-t)(t-0,5) = 1; \quad f(1-t) = \frac{1}{t-0,5}; \quad f(t) = \frac{1}{0,5-t},$$

т.е. $f(x) = \frac{1}{0,5-x}$ при $x \neq 0,5$ и $f(x) = \frac{1}{2}$ при $x = 0,5$

Ответ: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{0,5-x}, & x \neq 0,5 \\ \frac{1}{2}, & x = 0,5 \end{cases}$

10