ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ $E = mc^2$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания: Кубанский государственный технологический университет

Шифр 95430 Класс 11

Вариант 22. Дата 19.02.2022

Задача 5.

Решение.

Газогерц — Двигерц — Принтерц — кол-во акций

a — b — c

x — y — z. — цена 1 акции

1) $\begin{cases} a+b=c \\ 3by = ax \\ ax+by = cz \\ x-y \in [10\text{тыс}; 18\text{тыс}] \\ z \in [18\text{тыс}; 42\text{тыс}] \end{cases}$

Из того, что $3by = ax$ и $ax+by = cz$;

$4by = cz$.

$y \in [x-18\text{тыс}; x-10\text{тыс}]$

Задача 2.

Решение

1) Из условия $f(x)-(x-0,5)f(-x-1)=1$, получаем, что:
$f(-x-1)-(-x-1-0,5)f(-(x-1)-1)=f(-x-1)+(x+1,5)f(x)=1$.

2) Из первого уравнения $f(-x-1)=\frac{f(x)-1}{x-0,5}$. Подставим во второе получаем: $\frac{f(x)-1}{x-0,5}+(x+1,5)f(x)=1 \Rightarrow f(x)-1+(x+1,5)(x-0,5)f(x)=x-0,5$.

$\Rightarrow f(x)+(x^2+x-0,75)f(x)=x+0,5 \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x)\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=x+0,5 \Rightarrow f(x)=\frac{1}{x+0,5}$

~~Ответ~~: 3) В ходе рассуждений получаем, что $f(x)=\frac{1}{x+0,5}$, но т.к она применима для $x\in(-\infty;+\infty)$, то найдем $f(-0,5)$.

$f(-0,5)$: $f(-0,5)+1\cdot f(0,5)=1$. $f(0,5)=1 \Rightarrow f(-0,5)=0$

неверно

Ответ: $f(x)=\frac{1}{x+0,5}$, при $x\neq -0,5$ и 0 при $x=-0,5$.

(9)

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания: Кубанский государственный технологический университет

Шифр 95430 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу. Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	9	1	5	1	0				

Оценка цифрами: 39 Оценка прописью: ТРИДЦАТЬ ДЕВЯТЬ Подпись:

Задача 1.

Решение.

1) Пусть $t=x^3$. Тогда уравнение принимает вид: $t^3-2022t-\sqrt{2021}=0$. Заметим, что $t=-\sqrt{2021}$ подходит, т.к. $-2021\sqrt{2021}+2022\sqrt{2021}-\sqrt{2021}=0$. Значит $t^3-2022t-\sqrt{2021}=(t+\sqrt{2021})\cdot f(t)$

2) Поделив $(t^3-2022t-\sqrt{2021})$ на $(t+\sqrt{2021})$, получаем, что $f(t)=t^2-t\sqrt{2021}-1$.

$t^2-t\sqrt{2021}-1=0$

$D=2021+4=2025=45^2$.

$t_{1,2}=\frac{\sqrt{2021}\pm 45}{2}$.

3) Возвращаясь к замене получаем, что:

$x_1=-\sqrt[6]{2021}$; $x_2=\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021}-45}{2}}$; $x_3=\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021}+45}{2}}$.

(5)

Ответ: $x_1=-\sqrt[6]{2021}$; $x_2=\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021}-45}{2}}$; $x_3=\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021}+45}{2}}$.

Задача 3. Решение.

1. Пусть $OD=24y$, $OC=24x$, тогда $AD=17y$, $CB=17x$, т.к $\triangle OAB \sim \triangle ODC$ (в силу того, что $ABCD$ - трапеция)

2) По теореме косинусов:

$24^2=24^2y^2+24^2x^2-2\cdot24^2xy\cos\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow 1=x^2+y^2-2xy\cos\alpha \quad (\alpha=\angle AOB)$.

3) Т.к $\angle AHD=\angle DHC=\angle CHB=90^\circ$, то:

$AH^2+DH^2=17^2y^2$, $BH^2+CH^2=17^2x^2$.

$DH^2+CH^2=24^2$, $AH^2+BH^2=41^2$. Значит

$24^2+41^2=17^2(x^2+y^2)$

4) Из п2: $17^2=17^2(x^2+y^2)-34\cdot17xy\cos\alpha \Rightarrow 17=24^2+41^2-34\cdot17xy\cos\alpha$.

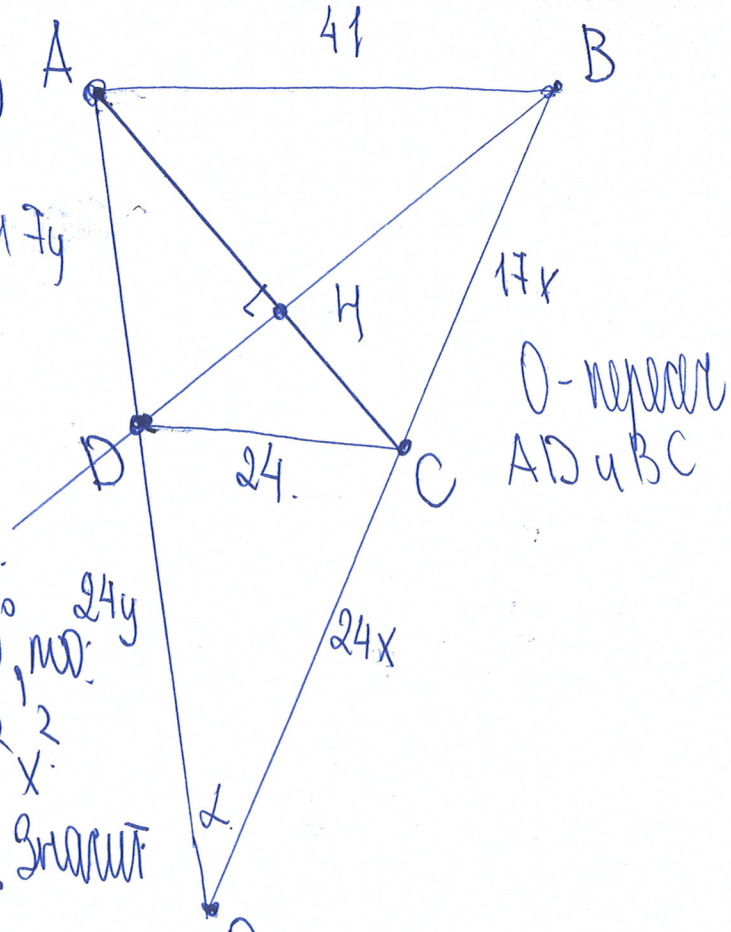
$17\cdot34xy\cos\alpha=24^2+41^2-17^2$.

5) $\overline{AD}\cdot\overline{BC}=|AD|\cdot|BC|\cos\alpha=17^2xy\cdot\cos\alpha=\frac{34xy\cos\alpha}{2}\cdot17=$

$=\frac{(24^2+41^2-17^2)\cdot17}{2}=984$

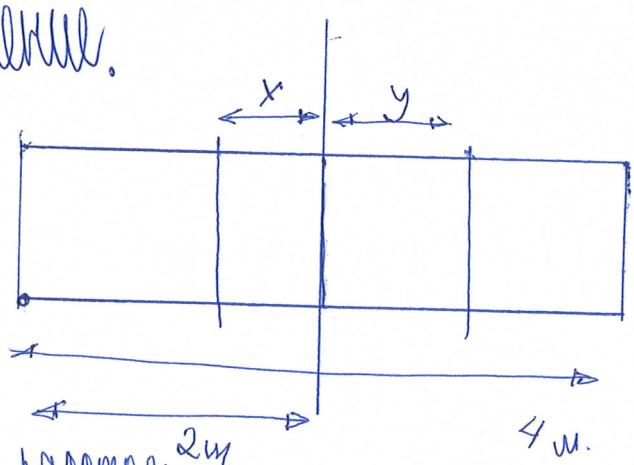
(15)

Ответ: 984.



Задача 4. Решение.

1). Посмотрим часть равносильно условие задачи.



Пусть первый раз на расстоянии x от середины а второй на расстоянии y от середины. Тогда чтобы все три части порадовали по нормативу:

$$\begin{cases} x+y \geq 1 \\ 2-x \geq 1 \\ 2-y \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y \geq 1 \\ x \leq 1 \\ y \leq 1. \end{cases}$$

(10)

Вероятность того, что $x \leq 1 - 0,5$? Вероятность того, что $y \leq 1 - 0,5$. Вероятность того, что $x+y \geq 1 - 0,25$. Т.к у нас система, то мы перемножаем вероятности: $0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,25 = 0,0625$

Ответ: $0,0625 = 6,25\%$.

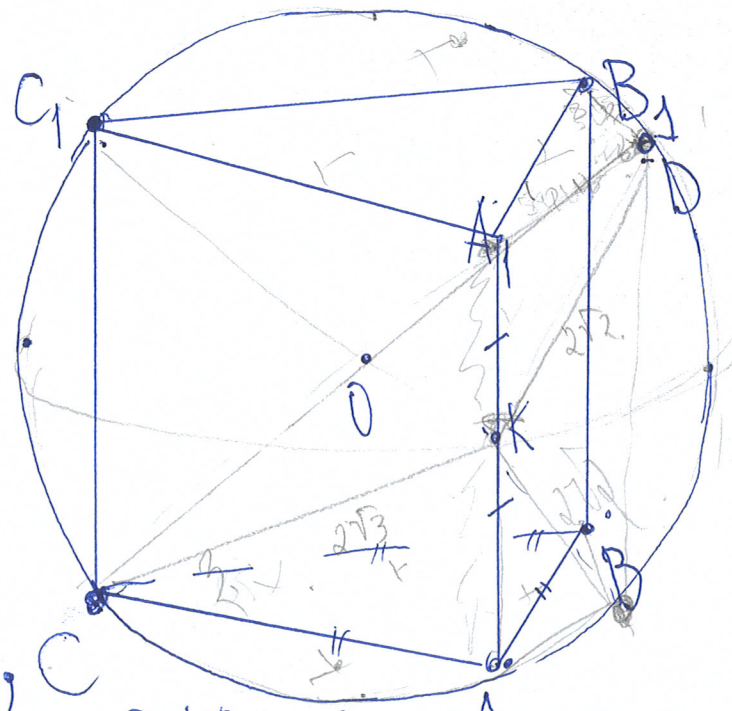
Задача 6.

$A_1K = KA$.

CD - диаметр.

$CK = 2\sqrt{3}$; $DK = 2\sqrt{2}$.

Решение.



Точка D лежит в плоскости $C_1A_1B_1$, С а также прямой. сфере. Значит $C_1A_1B_1D$ - вписан. четырех.к. Т.к C_1D - диаметр, ~~то~~ в окружности описан вокруг C_1A_1BD (т.к. CD - проекция CD на $(C_1B_1A_1)$, то $\angle C_1B_1D = \angle C_1A_1D = 90°$.

$CK = C_1K$ в силу симметрии.

В основании прямой лежит равносторонний треуг-к, потому $\angle A_1B_1D = 30°$.

$\angle B_1DA_1 = 120°$. Из теоремы косинусов:

$x^2 + 4 \cdot 3 - 4\sqrt{3} \cdot x \cos\alpha = x^2 + 4 \cdot 2 - 4\sqrt{2} \cdot x \cos\alpha$