



ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc) \quad E=mc^2 \quad \text{H}_2\text{C}_n$$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания
Ульяновский государственный
технический университет

Шифр 86959 Класс 10

Вариант 12 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
5	0	1	5	0	6	0			

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

2	6	ДВАДЦАТЬ ШЕСТЬ							
---	---	----------------	--	--	--	--	--	--	--

№ 1

$$x^9 - 2021x^3 + \sqrt{2022} = 0$$

Пусть $x^3 = t$, тогда: $t^3 - 2021t + \sqrt{2022} = 0$

Выполним преобразование

$$t^3 + \sqrt{2022}t^2 - \sqrt{2022}t^2 - 2022t + t + \sqrt{2022} = 0$$

$$t^2(t + \sqrt{2022}) - \sqrt{2022}t(t + \sqrt{2022}) + (t + \sqrt{2022}) = 0$$

$$(t^2 - \sqrt{2022}t + 1)(t + \sqrt{2022}) = 0$$

$$t^2 - \sqrt{2022}t + 1 = 0 \quad \text{или} \quad t + \sqrt{2022} = 0$$

$$D = 2022 - 4 = 2018 = (\sqrt{2018})^2$$

$$t_1 = \frac{\sqrt{2022} - \sqrt{2018}}{2}$$

$$t_2 = \frac{\sqrt{2022} + \sqrt{2018}}{2}$$

$$x^3 = \frac{\sqrt{2022} - \sqrt{2018}}{2}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2022} - \sqrt{2018}}{2}}$$

$$x^3 = \frac{\sqrt{2022} + \sqrt{2018}}{2}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2022} + \sqrt{2018}}{2}}$$

Ответ: $x = -\sqrt[3]{\sqrt{2022}}$

$$x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2022} + \sqrt{2018}}{2}}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2022} - \sqrt{2018}}{2}}$$

5



Теперь уже за a возьмем 675:

$$a = 675; b = 3.$$

$$f\left(\frac{675+2 \cdot 3}{3}\right) = f(227) = \frac{x}{3} + \frac{2+10}{3} = \frac{x}{3} + 4.$$

$$\begin{array}{r} 675 \overline{) 3} \\ -6 \\ \hline 225 \\ -6 \\ \hline 15 \\ -15 \\ \hline 0 \end{array} \Rightarrow b=3.$$

Проглашаем теперь самое маленькое

$$a = 227; b = 2$$

$$f\left(\frac{227+2 \cdot 2}{3}\right) = f(77) = \frac{x}{3} + 4 + 6 = \frac{x}{3} + \frac{16}{3}.$$

$$\begin{array}{r} 227 \overline{) 3} \\ -21 \\ \hline 17 \\ -15 \\ \hline 2 \end{array} \Rightarrow b=2$$

$$a = 77; b = 2$$

$$f\left(\frac{77+2 \cdot 2}{3}\right) = f(27) = \frac{x}{3} + \frac{16}{3} + 6 = \frac{x}{3} + \frac{28}{3}.$$

$$\begin{array}{r} 77 \overline{) 3} \\ -72 \\ \hline 5 \\ -3 \\ \hline 2 \end{array} \Rightarrow b=2$$

$$a = 27; b = 3.$$

$$f\left(\frac{27+3 \cdot 2}{3}\right) = f(11) = \frac{x}{3} + \frac{28}{3} + 10 = \frac{x}{3} + \frac{118}{3}.$$

$$\begin{array}{r} 27 \overline{) 3} \\ -24 \\ \hline 3 \\ -3 \\ \hline 0 \end{array} \Rightarrow b=3.$$

$$11:3 = 3 \text{ ост } 2$$

$$a = 11; b = 2$$

$$f\left(\frac{11+2 \cdot 2}{3}\right) = f(5) = \frac{x}{3} + \frac{118}{3} + 6 = \frac{x}{3} + \frac{124}{3}.$$

$$= \frac{x}{729} + \frac{118}{27} + \frac{6 \cdot 27}{27} = \frac{x}{729} + \frac{286}{81}.$$

$$5:3 = 1 \text{ ост } 2$$

$$a = 5; b = 2$$

$$f\left(\frac{5+2 \cdot 2}{3}\right) = f(3) = \frac{x}{3} + \frac{286}{81} + 6 = 5 \text{ из найденного}$$

в начале задания

$$f(3) = 5.$$

$$\frac{x}{729} + \frac{286}{81} + 6 = 5.$$

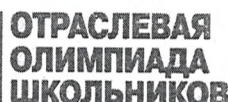
$$\frac{x + 6894}{729} = 15 \Rightarrow x + 6894 = 10935$$

$$x = 4041$$

$$\text{Ответ: } f(2021) = 4041$$

$$\begin{array}{r} 229 \\ \times 13 \\ \hline 3645 \\ 225 \\ \hline 10935 \\ - 6894 \\ \hline 4041 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 51 \\ \times 6 \\ \hline 486 \\ + 286 \\ \hline 766 \\ \times 9 \\ \hline 6894 \end{array}$$


$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$

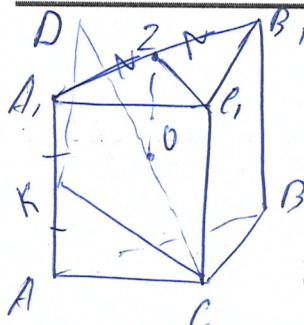


Математика



10

19.02.2022



$$A, K = KA$$

$$CK = 2\sqrt{6}$$

$$D15 = 4$$

$$CD = 2R$$

116

М.п. СД - диаметр

$\angle DKC = 90^\circ$, т.к. он опир.
ается на диаметр

$$DC = \sqrt{DK^2 + CK^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$CD = 2R \Rightarrow R = \sqrt{10} \quad \text{Призма правильная}$$

$$A, B, C = B, C, A \Rightarrow \angle B, C, A = 60^\circ$$

$$A_1 C_1 \perp C_1 C \perp CA = AA_1 \Rightarrow A_1 A C = 90^\circ$$

$$AK = \frac{1}{2} AC, \text{ тогда } AK = x, \text{ тогда } AC = 2x$$

$$\Delta \text{ прямоугольный} \Rightarrow x^2 + 4x^2 = (2\sqrt{6})^2 = 24.$$

$$x^2 = \frac{24}{5} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{24}{5}} \Rightarrow AC = AA_1 = 2\sqrt{\frac{24}{5}}$$

неверно

$A_1 B_1 \perp AA_1 = 2\sqrt{\frac{24}{5}}$; ОГ — медиана, О — центр

среднее: $CA_1 = CB = R \Rightarrow$ равнобедренный

OL - высота и медиана

$$OZ = \sqrt{OA^2 - A_1Z^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} = \sqrt{10 - \frac{24}{5}} = \sqrt{\frac{26}{5}}$$

$C_1 Z$ - высота и медиана, т.к. $A_1 C_1 = C_1 B_1$

Seitgen $C, Z = \sqrt{A_1 C_1 - A_1 Z} = \sqrt{4 \cdot \frac{24}{5} - \frac{24}{5}} = \sqrt{3 \cdot \frac{24}{5}} =$

$$= 6\sqrt{\frac{2}{5}} = h$$

прав призна

$$V = a \cdot b \cdot h = AA_1 \cdot A_1C_1 \cdot ZC = AA_1^2 \cdot ZC =$$

$$= 4 \cdot \frac{24}{5} \cdot 6 \sqrt{\frac{2}{5}} = \frac{576}{5} \sqrt{\frac{2}{5}}$$

ambien $V = \frac{576}{5} \sqrt{\frac{2}{5}}$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Ульяновский государственный
технический университет

Шифр

86959 Класс

10

Вариант

12

Дата

19.02.2022



№ 4

Решение неверно

6

Для удобства измерения будем производить в сантиметрах: $3\text{ м} = 300\text{ см}$

1) Возьмем трубу, будем рассматривать самый левый участок (* далее участка мы будем называть расстояния:

1 участок: от левого конца трубы до первой ржавчины, т.е. самой левой ржавчины; 2 участок - между двумя ржавчинами; 3 участок - от правой ржавчины до правого конца трубы) Итак первый участок должен быть хотя бы 75 см, чтобы мы могли использовать в качестве отвода к трубам, значит ржавчина может находиться где угодно кроме левых 75 см, итак вероятность подходящего первого участка: $\frac{300 - 75}{300} = \frac{225}{300} = \frac{3}{4}$

2) Затем рассмотрим 3 участок, который должен подходить под те же самые условия, но, так как мы уже рассмотрели 1 участок, то оставшийся нарек: $300 - 75 = 225$. Итак, вероятность: $\frac{225 - 75}{225} = \frac{150}{225} = \frac{2}{3}$

3) Ну и напоследок 3 участок, рассмотрим 1 и 3, у нас осталось $300 - 75 \cdot 2 = 150\text{ см}$ трубы, расстояние должно быть 75 $\Rightarrow$ вероятность: $\frac{150 - 75}{150} = \frac{1}{2}$

Итого: общ. вероятность $= \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Ответ: 25% - вероятность того, что все три части можно будет использовать. Стр. 4



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Ульяновский государственный
технический университет

Шифр

86959 Класс

10

Вариант

12

Дата

19.02.2022



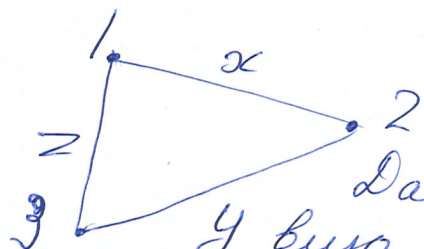
№ 5.

Пусть у нас есть три города,

Расстояние $1-2 = x$

$$2-3 = y$$

$$3-1 = z$$



Далее обратимся к условию
и запомним данные равенства

$$\begin{cases} 3z = x + y \\ x + a = z + y \\ z + x = 60 \end{cases}$$

Теперь будем выполнять преобразования:

$$a \rightarrow z = 60 - x$$

Поставив это в первое, получим: $180 - 3x = x + y \Rightarrow y = 180 - 4x$

Теперь подставим все во 2 выражение

$$x + a = 60 - x + 180 - 4x$$

$$a = 240 - 6x \Rightarrow a = 6(40 - x) *$$

Значит все возможные значения a это числа вида $6x$, при $1 \leq x \leq 39$.
т.е. $6, 12, 18, 24, \dots, 228, 234$ Ответ

* $40 - x \neq 0$, иначе $a = 0$ не может быть

$$x \neq 40$$

$40 - x \neq 40$, иначе расстояние между станциями 0.

$$x \neq 0$$

Итак, при $a = 42 \Rightarrow x = 40 - 7 = 33$,

тогда $z = 60 - 33 = 27$; $y = 27 \cdot 3 - 33 = 48$

Подставив во второе проверим

(6)

$33 + 42 = 27 + 48$ это верное равенство

а значит все доказано (2 м.з)

Ответ $a = 42$; $x = 33$; $z = 27$; $y = 48$



ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Ульяновский государственный
технический университет

Шифр

86959 Класс

10

Вариант

12

Дата

19.02.2022



№ 2

Запишем все послед. в изнач. виде

$$\frac{1}{2022} + \frac{1}{2022} \times \frac{1}{2021} + \dots + \frac{1}{2022} \times \dots \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1}$$

Начнем преобразовывать:

$$\frac{1}{2022} \left(1 + \frac{1}{2021} + \dots + \frac{1}{2021} \times \dots \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1} \right) \text{ и т.д.}$$

$$\frac{1}{2022} \left(1 + \frac{1}{2021} \left(1 + \frac{1}{2020} \left(1 + \dots \left(1 + \frac{1}{2} \times 1 \right) \right) \right) \right) =$$

$$= \frac{1}{2022} \times \frac{2022}{2021} \times \frac{2021}{2020} \times \dots \times \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

Решение
неверно

Ответ $S_n = \frac{1}{2}$, при $n = 2022$.

№ 3.

$$f(1) = 1 ; f\left(\frac{1+2 \cdot 4}{3}\right) = f(3) = \frac{1+2 \cdot 7}{3} = 5.$$

$$f(4) = 7 ;$$

$$f(3) = 5 ; f\left(\frac{4+2 \cdot 1}{3}\right) = f(2) = \frac{4+2 \cdot 1}{3} = 3.$$

$f(2) = 3$; а теперь представим, что

$f(2021) = x$, тогда найдем его
находим, где когда взяв
 $a = 2021$; $b = 2$

$f\left(\frac{2021+2 \cdot 6}{3}\right)$ — это в скобках
должно быть число
 $f\left(\frac{2021+2 \cdot 2}{3}\right) =$ число ирае сти-
тате будет неу-
добно.

$$= f(675) =$$

$$= \frac{2x+6}{3} = \frac{x}{3} + 2$$

Продолжение

на следующий
исте

15