



ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.

2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

г. Надым, МОУ СОШ № 1 с углубленным изучением отдельных предметов

Шифр

95828 Класс

10

Вариант

11

Дата

19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

Шестидесять девять

Kep

1/

$$x^3 - 2021x^3 - \sqrt{2022} = 0$$

Пусть $x^3 = t$

$$t^3 - 2021t - \sqrt{2022} = 0$$

$$t^3 - ((\sqrt{2022})^2 - 1)t - \sqrt{2022} = 0$$

$$t(t^2 - (\sqrt{2022})^2) + (t - \sqrt{2022}) = 0$$

$$(t - \sqrt{2022})(t(t + \sqrt{2022}) + 1) = 0$$

$$t - \sqrt{2022} = 0 \quad \text{или} \quad t(t + \sqrt{2022}) + 1 = 0$$

$$t = \sqrt{2022}$$

$$t^2 + \sqrt{2022}t + 1 = 0$$

$$D = 2022 - 4 = 2018$$

$$t_1 = \frac{-\sqrt{2022} - \sqrt{2018}}{2};$$

$$t_2 = \frac{-\sqrt{2022} + \sqrt{2018}}{2};$$

5

Вернемся к замене $x^3 = t$

$$I \quad x_1^3 = \sqrt{2022}$$

$$x_1 = \sqrt[3]{2022}$$

$$II \quad x_2^3 = \frac{-\sqrt{2022} - \sqrt{2018}}{2}$$

$$x_2 = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2022} - \sqrt{2018}}{2}}$$

$$III \quad x_3^3 = \frac{-\sqrt{2022} + \sqrt{2018}}{2}$$

$$x_3 = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2022} + \sqrt{2018}}{2}}$$

Ответ: $x_1 = \sqrt[3]{2022}; x_2 = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2022} - \sqrt{2018}}{2}}; x_3 = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2022} + \sqrt{2018}}{2}};$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Площадка написания

г. Надым, МОУ СОШ № 1 с углубленным изучением отдельных предметов

1. Используйте только размеченные стороны листов.

2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр

95828 Класс

10

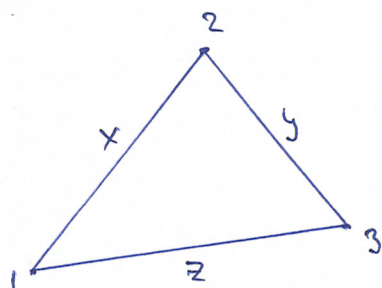
Вариант 11

Дата

19.02.2022



15



Три компрессорные станции обозначены точками 1; 2; 3; а расстояния между ними есть: $x; y; z$

По условию задачи известно, что все станции соединены и не лежат на одной прямой: $x + y > z$; $a > 0$
Составим и решим систему, при $a = 30$:

$$\begin{cases} x + y = 3z \\ y + z = x + 30 \\ x + z = 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = (120 + 30) : 6 \\ x = 60 - z \\ y = 4z - 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = 25 \text{ (км)} \\ x = 35 \text{ (км)} \\ y = 40 \text{ (км)} \end{cases}$$

Каждым кум: Пусть все 3 точки лежат на одной прямой $x + z = y = 60$; $x = z = 30$:

$$\begin{cases} a = y + z - x \\ a = 60 + 30 - 30 \\ a_{\max} = 60 \end{cases} \Rightarrow a \in (0; 60)$$

Ответ: Расстояния между станциями равно: 25 км; 35 км; 40 км. $a \in (0; 60)$;

16 Не учтено
условия
 $x < y + z$ --



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



Площадка написания

г. Надым, МОУ СОШ № 1 с углубленным
изучением отдельных предметов

1. Используйте только размеченные стороны листов.

2. Заполните номер варианта и номер страницы
в поле внизу.

Математика

Шифр

95828 Класс

10

Вариант

11

Дата

19.02.2022



n 2

$$x_0 = \frac{1}{n};$$

$$x_k = \frac{1}{n-k} (x_0 + x_1 + \dots + x_{k-1}); \quad k = 1, 2, \dots, n-1$$

$$S_n = x_0 + x_1 + \dots + x_{n-1}, \quad n = 2021$$

$$x_k = \frac{1}{(n-k)(n-k+1)}$$

$$x_0 = \frac{1}{n}; \quad x_1 = \frac{1}{n(n-1)}; \quad x_2 = \frac{1}{n-2} \left(\frac{1}{n-2} + \frac{1}{n(n-1)} \right) = \frac{1}{(n-2)(n-1)}; \quad x_3 = \frac{1}{(n-3)(n-2)};$$

Пример:

$$S_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n(n-1)} + \frac{1}{(n-2)(n-1)} + \frac{1}{(n-3)(n-2)} + \frac{1}{(n-3)(n-2)} + \dots = \frac{1}{n-1}$$

$$S_{2019} = \frac{1}{n-2019}; \quad S_n = \frac{1}{n-2019} + \frac{1}{(n-2020)(n-2019)} = \frac{1}{n-2020}$$

↓

$$S_n = \frac{1}{2021-2020} = 1$$

Ответ: 1.

10



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.

2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

г. Надым, МОУ СОШ № 1 с углубленным изучением отдельных предметов

Шифр

95828 Класс

10

Вариант

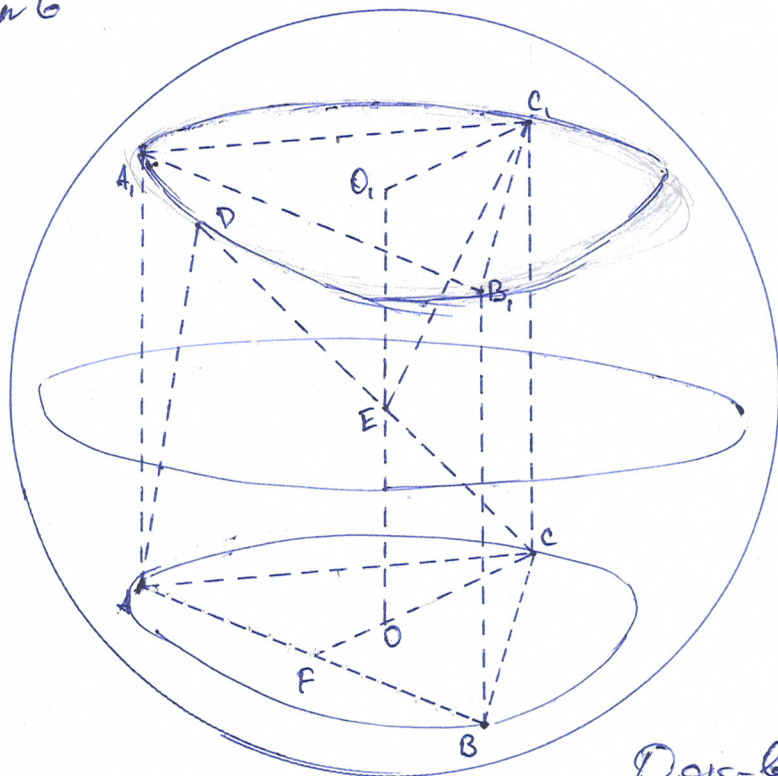
11

Дата

19.02.2022



н 6



Дано: $ABCA_1B_1C_1$ - правильная
треугольная призма
 ABC и $A_1B_1C_1$ - основания
призмы
 $EC = EC_1 = 3$ - радиус
сферы
 $ABCA_1B_1C_1$ - вписана в
сферу.
 CD - диаметр сферы
 $AD = 2\sqrt{6}$; $CD = 6$

Найти: $V_{ABCA_1B_1C_1}$

Реш-во.

1. Д.п.: Проведем высоту призмы OO_1 , так, чтобы она соединяла центры оснований: $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$.

2. DC - диаметр

2. $\triangle ADC$ - вписан в сферу, где DC - диаметр.

В плоскости (ADC) , DC отделяет дугу в сфере, равную $180^\circ \Rightarrow \angle DAC = 90^\circ$, как противолежащий диаметру. $\triangle ADC$ - прямоугольный.

3. По Т.Пифагора в прямоугольном $\triangle ADC$:

$$DC^2 = AD^2 + AC^2$$

$$AC^2 = DC^2 - AD^2$$

$$AC = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{6})^2}$$

$$AC = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

4. Т.к. по условию задана треугольная призма является правильной $\Rightarrow \triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ - равносторонние треугольники ($AC = CB = 2\sqrt{3}$), а так же высота $OO_1 \perp (ABC)$
 $OO_1 \perp (A_1B_1C_1)$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

г. Надым, МОУ СОШ № 1 с углубленным изучением отдельных предметов

Шифр

95828 Класс

10

Вариант

11

Дата

19.02.2022

5. Проведем высоту FC в равностороннем $\triangle ABC \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle FCB$ - явл. прямоугольным. FC является так же медианой $\Rightarrow FC \perp AB = F$; $AF = FB = \frac{1}{2} AB = \sqrt{3}$
6. По т. Пифагора в прямоугольном $\triangle FCB$
 $CB^2 = CF^2 + FB^2$
 $CF^2 = CB^2 - FB^2$
 $CF = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2}$
 $CF = \sqrt{9} = 3$
7. CO - центр $\triangle ABC$ (точка пересечения медиан). Т.к FC - медиана (п.5), то по св. пересечения медиан:
 $CO:OF = 2:1$, т.к $FC = 3$, то $CO = 2$
8. Рассмотрим $\triangle OCE$: $OE \perp OC$ (п.4) $\Rightarrow \triangle OCE$ - прямоугольный
 По т. Пифагора:
 $EC^2 = OC^2 + OE^2$
 $OE = \sqrt{EC^2 - OC^2}$
 $OE = \sqrt{3^2 - 2^2}$
 $OE = \sqrt{5}$
9. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ - по определению правильной призмы $\Rightarrow$
 $\Rightarrow$ все их соответственные элементы равны:
 $CO_1 = CO = 2$
10. EC_1 - является радиусом сферы $\Rightarrow EC_1 = 3$
11. $EO \perp OC_1$ (п.4) $\Rightarrow \triangle O, C_1, E$ - прямоугольный
 По т. Пифагора:
 $EC_1^2 = OC_1^2 + OE^2$
 $EO_1 = \sqrt{EC_1^2 - OC_1^2}$
 $EO_1 = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$
12. Т.к OO_1 по построению явл. отрезком, а из п.8 и п.11:
 $OO_1 = OE + O_1E = \sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$
13. $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab = FB \cdot FC = \sqrt{3} \cdot 3 = 3\sqrt{3}$ (квадратных ед.)
14. $V_{ABCA_1B_1C_1} = h \cdot S_{осн.} = OO_1 \cdot S_{\triangle ABC} = 2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{15}$ (кубических ед.)
- Ответ: Объем призмы $ABCA_1B_1C_1$ равен $6\sqrt{15}$ кубических ед.

50



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

г. Надым, МОУ СОШ № 1 с углубленным изучением отдельных предметов

Шифр 95828 Класс 10

Вариант 18 Дата 19.02.2022



а 3

$$f\left(\frac{a+2b}{3}\right) = \frac{f(a) + 2f(b)}{3}$$

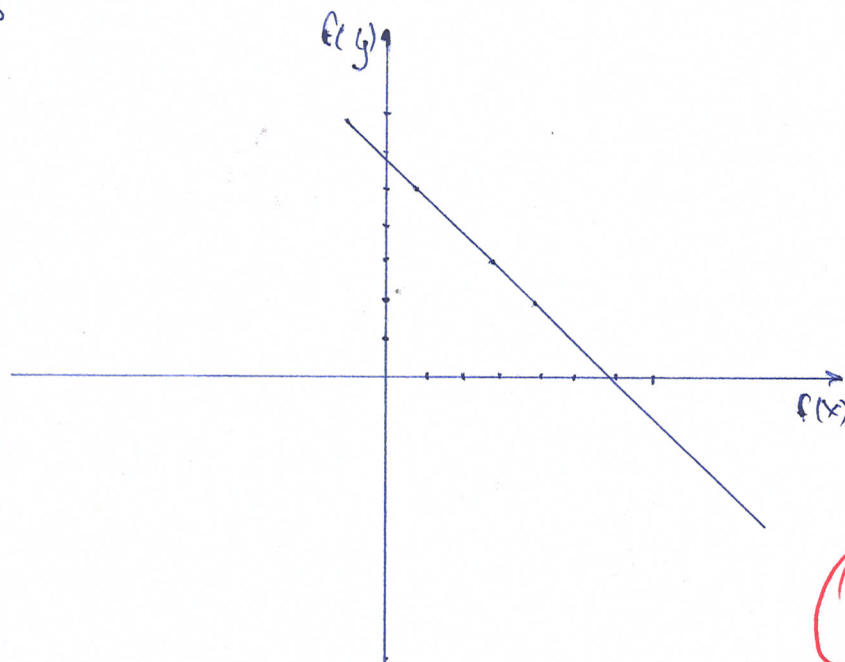
$$f\left(\frac{a}{3} + \frac{2b}{3}\right) = \frac{f(a)}{3} + \frac{2f(b)}{3}$$

$$a=1; f(a)=5$$

$$b=4; f(b)=2$$

$$f\left(\frac{1+8}{3}\right) = \frac{5+2 \cdot 2}{3}$$

$$f(3) = 3$$



18

Гр-м является прямая

$$f(x) = -x + 6$$

$$f(2021) = -2021 + 6 = -2015$$

Ответ: -2015

Нет аргумента обоснования этой формулы!