



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Площадка написания

г. Надым, МОУ СОШ № 1 с углубленным
изучением отдельных предметов

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр

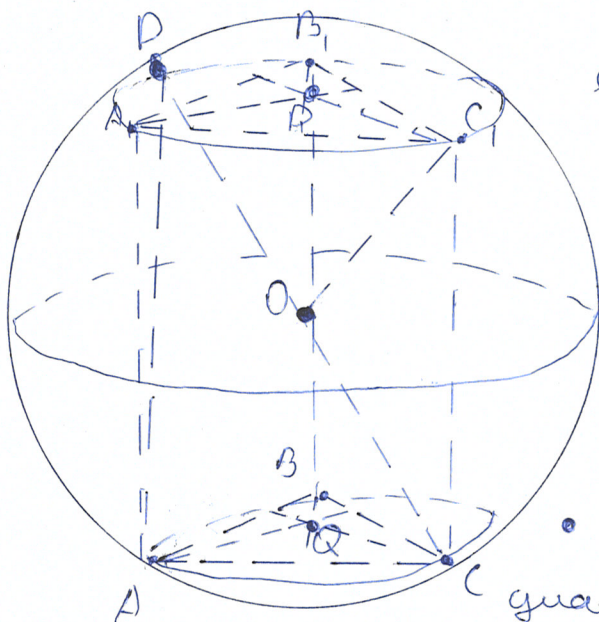
95328 Класс

10

Вариант 11

Дата

19.02.2022



№ 6

Дано: $ABCA_1B_1C_1$ - правильная
треугольная призма, вписанная
в сферу с центром O .

Радиус сферы равен 3.

CD - диаметр сферы.

$$AD = 2\sqrt{6}$$

Найти: $V_{ABCA_1B_1C_1}$

Решение:

• Рассмотрим $\triangle ADC$. DC является
диаметром сферы. Соответственно

$\triangle ADC$ вписан в окружность, где DC - диаметр. Т.к. $\angle DAC$
опирается на диаметр DC , то $\angle DAC = 90^\circ$. Значит $\triangle ADC$ - пря-
моугольный.

• Применим теорему Пифагора для $\triangle ADC$.

$$AD = 2\sqrt{6}; DC = 2 \cdot 3 = 6.$$

$$DC^2 = AD^2 + AC^2$$

$$AC^2 = DC^2 - AD^2$$

$$AC^2 = 36 - 24$$

$$AC = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\underline{AC = 2\sqrt{3}}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

г. Надым, МОУ СОШ № 1 с углубленным изучением отдельных предметов

Шифр

95328 Класс

10

Вариант

11

Дата

19.02.2022



~ 2

$$x_0 = \frac{1}{n}; \quad x_k = \frac{1}{n-k} (x_0 + x_1 + \dots + x_{k-1}); \quad k = 1, 2, \dots, n-1.$$

$$S_n = x_0 + x_1 + \dots + x_{n-1}, \quad n = 2021.$$

$$x_k = \frac{1}{(n-k)(n-k+1)}$$

$$x_0 = \frac{1}{n}; \quad x_1 = \frac{1}{n(n-1)}; \quad x_2 = \frac{1}{n-2} \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n(n-1)} \right) = \frac{1}{n-2} \left(\frac{n}{n(n-1)} \right) = \frac{1}{n-2} \cdot \frac{1}{n-1} = \frac{1}{(n-2)(n-1)}$$

$$x_3 = \frac{1}{(n-3)(n-2)}; \quad x_4 = \frac{1}{(n-4)(n-3)}$$

$$S_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n(n-1)} + \frac{1}{(n-2)(n-1)} + \frac{1}{(n-3)(n-2)} + \dots = \frac{1}{n-3}$$

То есть сумма n членов равна $\frac{1}{n-x}$

10

$$S_{2019} = \frac{1}{n-2019}; \quad S_{2020} = \frac{1}{n-2019} + \frac{1}{(n-2020)(n-2019)} = \frac{1}{n-2020}$$

$$S_n = \frac{1}{2021-2020} = \frac{1}{1} = 1.$$

Ответ: 1



ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

г. Надым, МОУ СОШ № 1 с углубленным изучением отдельных предметов

Шифр 95328 Класс 10

Вариант // Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
0 5 1 0 0 8 1 6 3 0

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

Шестьдесят девять

$$x^9 - 2021x^3 - \sqrt{2022} = 0$$

Пусть $x^3 = t$, тогда

$$t^3 - 2021t - \sqrt{2022} = 0$$

$$t^3 - ((\sqrt{2022})^2 - 1)t - \sqrt{2022} = 0$$

$$t^3 + t^2\sqrt{2022} + t^3 - (\sqrt{2022})^2 + t - \sqrt{2022} = 0$$

$$t(t^2 - (\sqrt{2022})^2) + (t - \sqrt{2022}) = 0$$

$$t(t - \sqrt{2022})(t + \sqrt{2022}) + (t - \sqrt{2022}) = 0$$

$$(t - \sqrt{2022})(t + \sqrt{2022} + 1) = 0$$

$$t - \sqrt{2022} = 0 \quad \text{или} \quad t^2 + \sqrt{2022}t + 1 = 0$$

$$t = \sqrt{2022}$$

$$D = b^2 - 4ac = 2022 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 2018$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-\sqrt{2022} - \sqrt{2018}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-\sqrt{2022} + \sqrt{2018}}{2}$$

Вернёмся к задаче

$$x^3 = \sqrt{2022} \quad x^3 = \frac{-\sqrt{2022} - \sqrt{2018}}{2} \quad x^3 = \frac{-\sqrt{2022} + \sqrt{2018}}{2}$$

$$x = \sqrt[3]{2022} \quad x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2022} - \sqrt{2018}}{2}} \quad x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2022} + \sqrt{2018}}{2}}$$

Ответ: $\sqrt[3]{2022}; \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2022} - \sqrt{2018}}{2}}; \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2022} + \sqrt{2018}}{2}}$

5



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.

2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 95328 Класс 10

Вариант 11 Дата 19.02.2022



Площадка написания

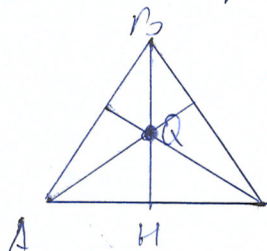
г. Надым, МОУ СОШ № 1 с углубленным изучением отдельных предметов

и 6 (продолжение)

• Найдём $S_{\triangle ABC}$. $\triangle ABC$ - равносторонний, тем как явля-
ется основанием правильной треугольной призмы.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AC \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{(2\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{12\sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}.$$

• Рассмотрим $\triangle ABC$.



Обозначим центр треугольника ABC как Q.
Найдём высоту BH. $BH = \frac{AC \sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 3$. $BH = 3$.

Тем как все высоты равностороннего треугольника являются меди-
анами, а медианы делятся точкой пересечения 2:1, то сто-
рона $BQ = \frac{3 \cdot 2}{3} = 2$. $BQ = QC = QA$.

• Рассмотрим $\triangle OQC$.

OQ принадлежит высоте правильной призмы и значит
 $OQ \perp (ABC)$. Если прямая перпендикулярна плоскости, то
она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой пло-
скости $\Rightarrow OQ \perp QC$, а значит $\triangle OQC$ - прямоугольный.

• Найдём OQ по теореме Пифагора:

$$OC = 3 (\text{радиус сферы}); \quad QC = 2.$$

$$OC^2 = QC^2 + OQ^2$$

$$OQ^2 = OC^2 - QC^2$$

$$OQ^2 = 9 - 4$$

$$OQ^2 = 5$$

$$OQ = \sqrt{5}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.

2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 95328 Класс 10

Вариант 11 Дата 19.02.2022



Площадка написания

г. Надым, МОУ СОШ № 1 с углубленным изучением отдельных предметов

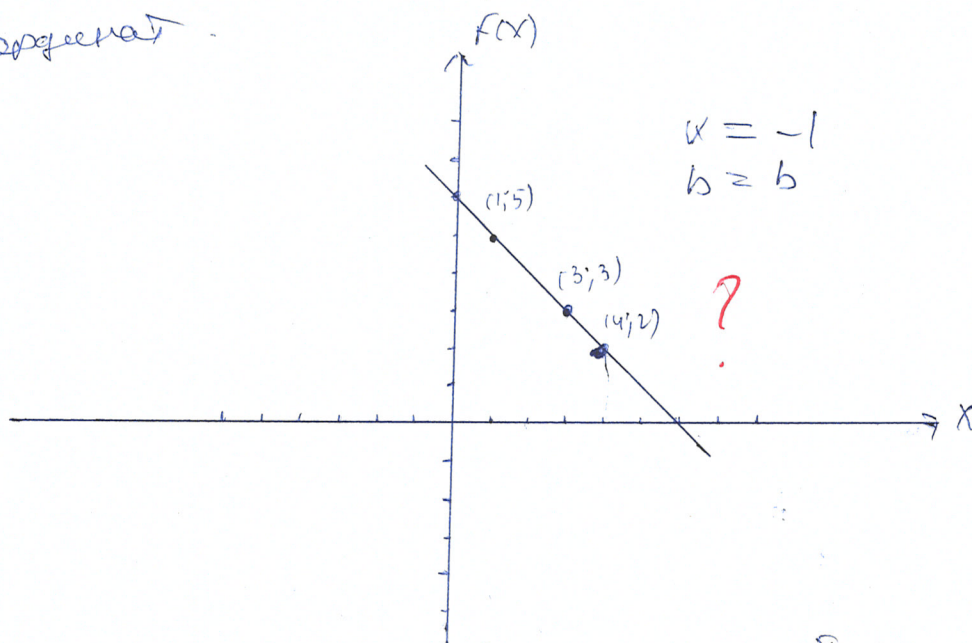
$$f\left(\frac{a+2b}{3}\right) = \frac{f(a) + 2f(b)}{3}$$

$$f\left(\frac{a}{3} + \frac{2b}{3}\right) = \frac{f(a)}{3} + \frac{2f(b)}{3}$$

$$a=1; f(a)=5 \quad b=4; f(b)=2 \Rightarrow f\left(\frac{1+8}{3}\right) = \frac{5+2 \cdot 2}{3}$$

$$f(3) = 3$$

Самыми точными $f(1)=5$, $f(4)=2$ и $f(3)=3$ в системе координат.



Через эти точки можно провести прямую. Эта прямая будет задаваться формулой $f(x) = -x + 6$.
 $f(2021) = -2021 + 6 = -2015$

Ответ: -2015.

8
Нет строгого обоснования этого равенства!



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.

2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

г. Надым, МОУ СОШ № 1 с углубленным изучением отдельных предметов

Шифр

95328 Класс

10

Вариант 11

Дата

19.02.2022

и 6 (продолжение).

• Рассмотрим $\triangle A, B, C$. Обозначим центр $\triangle A, B, C$, как точку O . Расстояние от точки O до центра сферы будет таким же, как у треугольника ABC (т.к. они равны и лежат в параллельных плоскостях). То есть $PO = OQ$.

• Рассмотрим $\triangle ORC$. OR принадлежит высоте правильной призмы, а значит $OR \perp (ABC)$. Если прямая перпендикулярна плоскости, то она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости, значит $RO \perp RC$, а значит $\triangle ORC$ является прямоугольным.

• Применим теорему Пифагора для $\triangle ORC$.

$OC_1 = 3$ (радиус сферы); $(OR = OQ = 2)$ $RC_1 = BQ = 2$

$$OC_1^2 = OR^2 + RC_1^2$$

$$RC_1^2 = OC_1^2 - OR^2$$

$$RC_1^2 = 9 - 4$$

$$RC_1^2 = 5$$

$$OR = \sqrt{5}$$



• Высота призмы равна $(OR + PQ = 2) OR = 2O + OR = \sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

$$V_{ABCA, B, C_1} = OR \cdot S_{\triangle ABC} = 2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{3} = 6\sqrt{15}$$

Ответ: $6\sqrt{15}$.



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

г. Надым, МОУ СОШ № 1 с углубленным изучением отдельных предметов

Шифр

95328 Класс

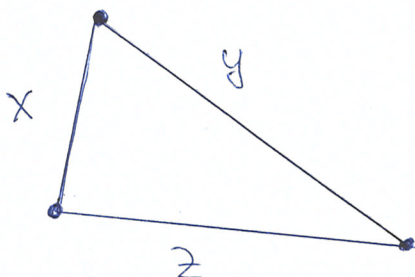
10

Вариант

11

Дата

19.02.2022



№5

Три стороны, принадлежащие на одной прямой образуют треугольник из неравенств треугольника:

$$x + y > z; \quad x + z > y; \quad y + z > x$$

Составим и решим систему неравенств для $a = 30$

$$\begin{cases} x + y = 3z \\ z + y = 30 + x \\ z + x = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \frac{150}{6} \\ xy = 4z - 60 \\ x = 60 - z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 25 \\ x = 35 \\ y = 40 \end{cases}$$

Следует проверить неравенства треугольника, стороны не могут быть больше 60, то есть:

$$0 < x < 60;$$

$$0 < y < 60;$$

$$0 < z < 60.$$

Найдем значения, при которых, ^{стороны} неравенство треугольника будет ложно, то есть допустим, что $x + z = y$, а $y = 60$, тогда $x = z - 30$, а наш параметр a будет равен $a = 60 + 30 - 30 = 60$.

То есть, диапазон значений a от 0 до 60.

$$0 < a < 60.$$

10) не использовать условия $x < y + z$ и т.д.

Ответ: 25; 35; 40; $0 < a < 60$