



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

Казанский национальный исследовательский технологический университет (Математика)

Шифр

84587 Класс

11

Вариант 21

Дата

19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	5	0	0	0	0	2	0	0	0
3	0								

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

0	5	5	пятьдесят пять	
---	---	---	----------------	--

$$1. x^3 - 2022x^2 + \sqrt{2021} = 0$$

Заменим x^3 на y

$$y^3 - 2022y + \sqrt{2021} = 0$$

$$y_1 = \sqrt{2021}$$

$$y^3 - 2022y + \sqrt{2021} = (y - \sqrt{2021})(y^2 + \sqrt{2021}y - 1) = 0$$

$$\begin{cases} y = \sqrt{2021} \\ y^2 + \sqrt{2021}y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$y_1 = \sqrt{2021}$$

$$\Rightarrow x_1 = \sqrt[3]{\sqrt{2021}}$$

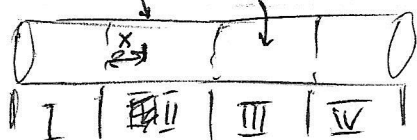
$$y_2 = 22,5 - \frac{\sqrt{2021}}{2} \Rightarrow x_2 = \sqrt[3]{22,5 - \frac{\sqrt{2021}}{2}}$$

$$y_3 = -22,5 - \frac{\sqrt{2021}}{2} \Rightarrow x_3 = \sqrt[3]{-22,5 - \frac{\sqrt{2021}}{2}}$$

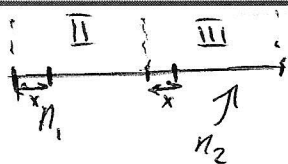
$$\text{Ответ: } \sqrt[3]{\sqrt{2021}}, \sqrt[3]{22,5 - \frac{\sqrt{2021}}{2}}, \sqrt[3]{-22,5 - \frac{\sqrt{2021}}{2}}$$

4. Пусть n_1 - левая ржавка, n_2 - правая.

n_1 должна отступать от левого края на ≥ 25 см. и на ≥ 50 см. от правого (Иначе правый отрезок нельзя будет разделить на 2 по ≥ 25 см каждый). Т.е. если разделить трубу на 4 равные доли, то n_1 должна находиться в II, а n_2 - в доле III. Вероятность нахождения во II доле для n_1 - $\frac{1}{4} = 0,25$.



Пусть x - отступ n_1 от левого края доли II.



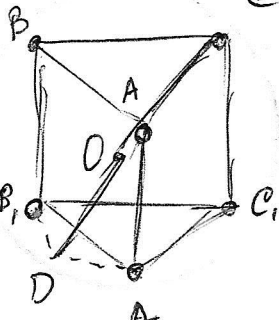
Тогда n_2 должна находиться ~~на~~ $\geq x$ от левого края доли III. Общая вероятность этого для n_2 $-k_2 = \int_0^{25} \frac{25-x}{100} dx = \frac{1}{8}$.

Тогда общ. вероятность. $-k_1 k_2 = \frac{1}{32}$

Но, т.к. n_1 и n_2 можно менять местами, $\Rightarrow$
 $\Rightarrow k_3 = 2k_1 k_2 = \frac{1}{16} = 0,0625$

Ответ: 0,0625

6.



Дано: $ABCA_1B_1C_1$ - прав. призма

O - центр опис. около $ABCA_1B_1C_1$ сфер.

$R=6$ - радиус сфер.

AD - диаметр, $AD=4\sqrt{6}$

Найти: $V_{ABCA_1B_1C_1}$

Решение: Рассмотрим плоскость ACD .

Т.к. A, C, D лежат на сфере, опис. около этих точек является сферой.

и эта сфера. центром окружности является O

Т.к. CD - диаметр $\Rightarrow \angle A = 90^\circ$; $CD = 2R = 12$

$AC = \sqrt{12^2 - 16 \times 6} = 4\sqrt{3} \Rightarrow \Delta ABC = 12\sqrt{3}$

2) Даем h в плоскости $A_1B_1C_1$, т.к. ABC равн. $A_1B_1C_1$ равноудалены от O .
 Рассмотрим плоскость $A_1B_1C_1$.

По Т.косинусов $AD=4$
 $AA_1^2 = AD^2 - A_1D^2 \Rightarrow AA_1 = 4\sqrt{5} \Rightarrow V = S_{ABC} \times AA_1 = 48\sqrt{15}$

Ответ: $48\sqrt{15}$

Стр. 2

