



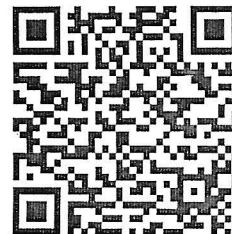
$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

Шифр

92863 Класс

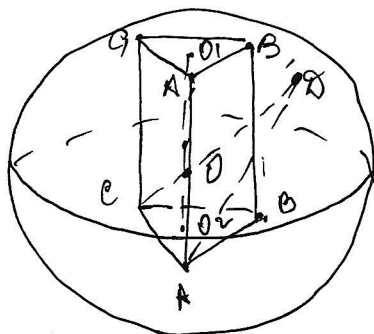
11

Вариант 21

Дата

19.02.2022

№.



Дано:

сфера, $R = 6$, вписан. в сферу призма.

OA - радиус

$$AD = 4\sqrt{6}$$

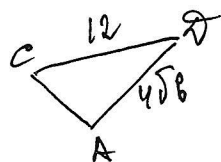
Найти: $V_{\text{призмы}}$

Решение: $h_{\text{пр}} = 0,0 + 0,0 = 20,0$

$$V_{\text{пр}} = S_{\text{осн}} \cdot h \quad \text{т.к. } AD \perp M = h_{\text{пр}} = 0,0$$

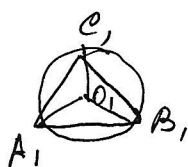
рассмотрим $\triangle ADC$: $AC = \sqrt{CD^2 - AD^2} =$

$$= \sqrt{12^2 - (4\sqrt{6})^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} = AB = BC$$



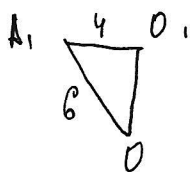
рассмотрим $\triangle A_1B_1C_1$, впис. в окр. с центром O_1 :

$$A_1O_1 = B_1O_1 = C_1O_1 = \frac{\sqrt{3} \cdot AB}{3} = \frac{\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}}{3} = 4$$



рассмотрим $\triangle A_1O_1D$:

$$O_1D = \sqrt{B_1C_1^2 - A_1C_1^2} = \sqrt{16 - 16} = 0 \Rightarrow h_{\text{пр}} = 4\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{5}$$



$$V_{\text{пр}} = \frac{(4\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 2\sqrt{5} = \frac{16 \cdot 3 \cdot 4\sqrt{3}}{4} = 48\sqrt{15} \cdot \frac{16 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{5}}{4} = 24\sqrt{15}$$

Ответ: $V_{\text{пр}} = 24\sqrt{15}$.



$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$ H

Математика

Площадка написания

Шифр

92863 Класс

11

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

Вариант 21

Дата

19.02.2022

№2. $x \in (-\infty; +\infty)$

$$f(x) + (0,5 + x) \cdot f(1-x) = 1$$

1) пусть $x = \frac{1}{2} + a$ $f(\frac{1}{2} + a) + (1+a) \cdot f(\frac{1}{2} - a) = 1$

2) пусть $x = \frac{1}{2} - a$ $f(\frac{1}{2} - a) + (1-a) \cdot f(\frac{1}{2} + a) = 1$

$$= \begin{cases} f(\frac{1}{2} + a) + (1+a) \cdot f(\frac{1}{2} - a) = 1 \\ f(\frac{1}{2} - a) + (1-a) \cdot f(\frac{1}{2} + a) = 1 \end{cases}$$

$$\underline{f(\frac{1}{2} + a) + (1+a) \cdot f(\frac{1}{2} - a)} = \underline{f(\frac{1}{2} - a) + (1-a) \cdot f(\frac{1}{2} + a)}$$

$$f(\frac{1}{2} + a)(1 - 1 + a) + f(\frac{1}{2} - a)(1 + a - 1) = 0$$

$$f(\frac{1}{2} + a) \cdot a + f(\frac{1}{2} - a) \cdot a = 0$$

$$a(f(\frac{1}{2} + a) + f(\frac{1}{2} - a)) = 0$$

$a=0$ $f(\frac{1}{2} + a) + f(\frac{1}{2} - a) = 0$

$$\left. \begin{aligned} f(\frac{1}{2} + a) &= \frac{1}{a} \\ f(\frac{1}{2} - a) &= -\frac{1}{a} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{1-2x} \quad x \neq \frac{1}{2}$$

при $x = \frac{1}{2}$ $f(\frac{1}{2}) + f(\frac{1}{2}) = 1$

$$2f(\frac{1}{2}) = 1$$

$$f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

Ответ: $f(x) = \frac{2}{1-2x}$, $x \neq \frac{1}{2}$ и $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$.



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

Шифр

92863 Класс

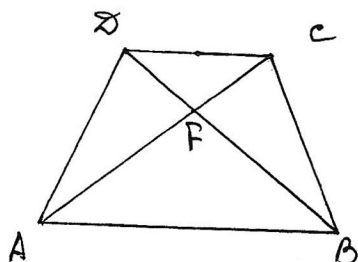
11

Вариант 21

Дата

19.02.2022

№3.



Дано:

$$AB = 55$$

$$CD = 31$$

$$AC \perp BD$$

Найти: $\vec{AD} \cdot \vec{BC}$

Решение: $AC \perp BD$ в точке F

$$\triangle AFB \sim \triangle EFD \Rightarrow \frac{CD}{AB} = \frac{FE}{AF} = \frac{FD}{BF} = \frac{31}{55}$$

$$\vec{FD} = \frac{31}{55} \vec{BF}; \quad \vec{FE} = \frac{31}{55} \vec{AF}$$

$$\vec{AF} \cdot \vec{BF} = 0$$

$$\vec{AD} = \vec{AF} + \vec{FD} = \vec{AF} + \frac{31}{55} \vec{BF}$$

$$\vec{BC} = \vec{BF} + \vec{FC} = \vec{BF} + \frac{31}{55} \vec{AF}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{BC} = \left(\vec{AF} + \frac{31}{55} \vec{BF} \right) \left(\vec{BF} + \frac{31}{55} \vec{AF} \right) = \frac{31}{55} \left(\vec{AF} + \vec{BF} \right) = \frac{31}{55} \cdot |AB|^2 =$$

$$= \frac{31 \cdot 55^2}{55} = 1405$$

Ответ: 1405

№4. $\frac{1}{100} \cdot \left(\frac{25}{100} \right) \cdot \left(\frac{25}{100} \right) = 0,000625$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

Шифр 92863 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	5	1	0	1	5	0	0	0	0
Оценка цифрами			Оценка прописью				Подпись		
0 4 0			сорок				[Signature]		

$$\begin{aligned} \text{N1. } x^3 - 2022x^3 + \sqrt{2021} &= 0 \\ \text{Пусть } x^3 &= a, \text{ тогда } x^3 = a^3 \\ a^3 - 2022a + \sqrt{2021} &= 0 \\ a(a^2 - 2022) + \sqrt{2021} &= 0 \\ a(a^2 - 2021 - 1) + \sqrt{2021} &= 0 \\ a(1a - \sqrt{2021})(a + \sqrt{2021}) - 1 + \sqrt{2021} &= 0 \\ a(a - \sqrt{2021})(a + \sqrt{2021}) - (a - \sqrt{2021}) &= 0 \end{aligned}$$

$$(a - \sqrt{2021})(a(a + \sqrt{2021}) - 1) = 0$$

$$a - \sqrt{2021} = 0$$

$$a = \sqrt{2021}$$

$$a(a + \sqrt{2021}) - 1 = 0$$

$$a^2 + a\sqrt{2021} - 1 = 0$$

$$D = (\sqrt{2021})^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 2021 + 4 = 2025 = 45^2$$

$$a_1 = \frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}$$

$$a_2 = \frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}$$

Вернемся к переменной x :

$$x^3 = \sqrt{2021}$$

$$x = \sqrt[3]{2021}$$

$$x^3 = -\frac{\sqrt{2021}}{2} + 22,5$$

$$x = \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{2021}}{2} + 22,5}$$

$$x^3 = -\frac{\sqrt{2021}}{2} - 22,5$$

$$x = \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{2021}}{2} - 22,5}$$

$$\text{Ответ: } x = \sqrt[3]{2021}; x = \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{2021}}{2} + 22,5}; x = \sqrt[3]{-\frac{\sqrt{2021}}{2} - 22,5}$$