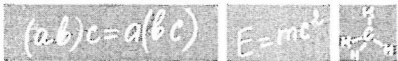




ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 89333 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	1	0	5	0	3	0			

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

5	0	пятьдесят							
---	---	-----------	--	--	--	--	--	--	--

№1.

$$x^9 - 2022x^3 - \sqrt{2021} = 0; \text{ Пусть } t = x^3, \text{ тогда}$$

$$t^3 - 2022t - \sqrt{2021} = 0 \Rightarrow (t + \sqrt{2021})(t^2 - t\sqrt{2021} - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -\sqrt{2021}, \\ t^2 - t\sqrt{2021} - 1 = 0 \end{cases}$$

Решим 2-е ур-ние совокупности:

$$D = 2021 + 4 = 2025 = 45^2$$

$$t = \frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2}$$

Итого

$$\begin{cases} t = -\sqrt{2021} \\ t = \frac{\sqrt{2021} + 45}{2} \\ t = \frac{\sqrt{2021} - 45}{2} \end{cases}$$

Обратная замена:

$$\begin{cases} x^3 = -\sqrt{2021} \\ x^3 = \frac{\sqrt{2021} + 45}{2} \\ x^3 = \frac{\sqrt{2021} - 45}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\sqrt[6]{2021} \\ x = \sqrt[3]{\frac{45 + \sqrt{2021}}{2}} \\ x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} - 45}{2}} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } -\sqrt[6]{2021}; \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} - 45}{2}}, \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc) \quad E=mc^2 \quad \frac{1}{n-1}$$

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 89333 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



Рассмотрим возможные длины кусков I, II и III:

I II III

$\geq 1м.$ $\geq 1м.$ $\geq 1м.$

$\geq 1м.$ $\geq 1м.$ $\leq 1м.$

$\geq 1м.$ $\leq 1м.$ $\geq 1м.$

$\geq 1м.$ $\leq 1м.$ $\leq 1м.$

$\leq 1м.$ $\geq 1м.$ $\geq 1м.$

$\leq 1м.$ $\geq 1м.$ $\leq 1м.$

$\leq 1м.$ $\leq 1м.$ $\geq 1м.$

Пример, позволяющий рассмотреть
маленькую ситуацию. (м.)

1; 1; 2

2; 1,5; 0,5

2; 0,5; 1,5

3; 0,5; 0,5

0,5; 2; 1,5

0,5; 3; 0,5.

0,5; 0,5; 3(м.)

* Вариант $\leq 1м., \leq 1м., \leq 1м.$ невозможен т.к. тогда
сумма длин трех кусков ≤ 3 , но по условию
она равна 4 > 3 . Все случаи учтены, т.к. их $2^3 - 1 = 7$.

Из 7 случаев подходит только первый,
и.е. только в нем все три куска не
меньше 1 метра. Ответ: 1/7.



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$

$$\frac{a^2}{a^2+b^2+c^2}$$

Площадка написания

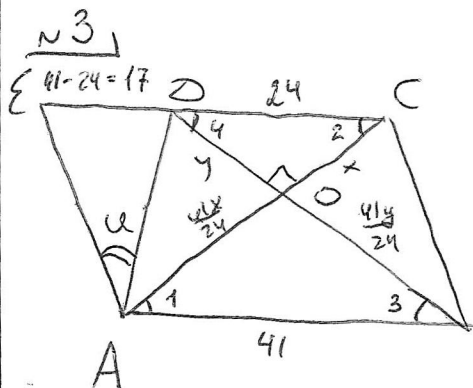
Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 89333 Класс 11

Вариант 22. Дата 19.02.2022



Проведем через A прямую
параллельно BC до пересечения
с прямой CD в точке E.
Тогда ABCE - параллелограмм

$$(AB \parallel CE \text{ и } BC \parallel AE) \Rightarrow \overline{BC} = \overline{AE}.$$

$$\Rightarrow \overline{AD} - \overline{BC} = \overline{AB} - \overline{AE}.$$

$\angle 1 = \angle 2$ или найдем площадь, используя $\angle 3 = \angle 4$.

$\triangle AOB \sim \triangle COD$ по 2-м углам.

Пусть $CO = x$, $DO = y$. Тогда $\frac{x}{AO} = \frac{y}{BO} = \frac{24}{41} \Rightarrow AO = \frac{41x}{24}$
 $BO = \frac{41y}{24}$

Т.к. ABCE - паралл. $AE = BC = \sqrt{x^2 + \left(\frac{41y}{24}\right)^2}$ (из $\triangle COB$ - прямоугольный, т. Пифагора)

Из $\triangle AOD$ - прямоугол.: $AD = \sqrt{\left(\frac{41x}{24}\right)^2 + y^2}$

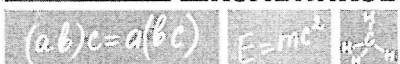
Т. косинусов в $\triangle AED$:

$$17^2 = \left(\frac{41x}{24}\right)^2 + y^2 + x^2 + \left(\frac{41y}{24}\right)^2 - 2\sqrt{x^2 + \left(\frac{41y}{24}\right)^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{41x}{24}\right)^2 + y^2} \cdot \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\frac{41^2 + 24^2}{24^2} (x^2 + y^2) - 17^2}{2\sqrt{x^2 + \left(\frac{41y}{24}\right)^2} \sqrt{\left(\frac{41x}{24}\right)^2 + y^2}}$$

Из $\triangle COD$ - прямоугол.: $x^2 + y^2 = 24$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\frac{41^2 + 24^2}{24} - 17^2}{2\sqrt{x^2 + \left(\frac{41y}{24}\right)^2} \sqrt{\left(\frac{41x}{24}\right)^2 + y^2}}$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

Шифр 89333 Класс 11

Вариант 22. Дата 19.02.2022



~ 3 * кроко тиеме

$$\overline{AP} \cdot \overline{BC} = \overline{AP} \cdot \overline{AE} = \overline{AD} \cdot \overline{AE} \cdot \cos \alpha =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{41x}{24}\right)^2 + y^2} \cdot \sqrt{x^2 + \left(\frac{41y}{24}\right)^2} \cdot \frac{\frac{41^2 + 24^2}{24} - 17^2}{2\sqrt{x^2 + \left(\frac{41y}{24}\right)^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{41x}{24}\right)^2 + y^2}} =$$

$$= \frac{41^2 + 24^2 - 17^2 \cdot 24}{48} = \frac{1681 + 576 - 289 \cdot 24}{48} = -\frac{4679}{48} =$$

$$= -97 \frac{23}{48}. \text{ Ответ: } -97 \frac{23}{48}$$



N2

При $x = \alpha$: $f(\alpha) - (\alpha - \frac{1}{2})f(-\alpha - 1) = 1$. (1)

При $x = -\alpha - 1$: $f(-\alpha - 1) - (-\alpha - 1 - \frac{1}{2})f(\alpha) = 1$.

$\rightarrow f(-\alpha - 1) = 1 - (\alpha + \frac{3}{2})f(\alpha)$ (2) Подставим в (1)

$f(\alpha) - (\alpha - \frac{1}{2})(1 - (\alpha + \frac{3}{2})f(\alpha)) = 1$;

$f(\alpha) - (\alpha - \frac{1}{2}) + (\alpha + \frac{3}{2})(\alpha - \frac{1}{2})f(\alpha) = 1$

$f(\alpha)(\alpha^2 + \alpha + \frac{1}{4}) = \alpha + \frac{1}{2}$; $f(\alpha)(\alpha + \frac{1}{2})^2 = \alpha + \frac{1}{2}$.

Если $\alpha \neq -\frac{1}{2}$, поделим на $\alpha + \frac{1}{2}$ (* $\alpha = -\frac{1}{2}$ рассмотрим позже*)

$f(\alpha) = \frac{2}{2\alpha + 1}$. Т.е. при $\forall x \in (-\infty; +\infty)$

$f(x) = \frac{2}{2x + 1}$, $x \neq -\frac{1}{2}$. Подставим $x = -\frac{1}{2}$ в

дано в условии вор-ние: $f(-\frac{1}{2}) + f(-\frac{1}{2}) = 1$

$\rightarrow f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$.

Ответ:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{2x+1}, & \text{если } x \neq -\frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2}, & \text{если } x = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$

$$m_1 + m_2 = m_3$$

1. Используйте только размеченные стороны листов.

2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

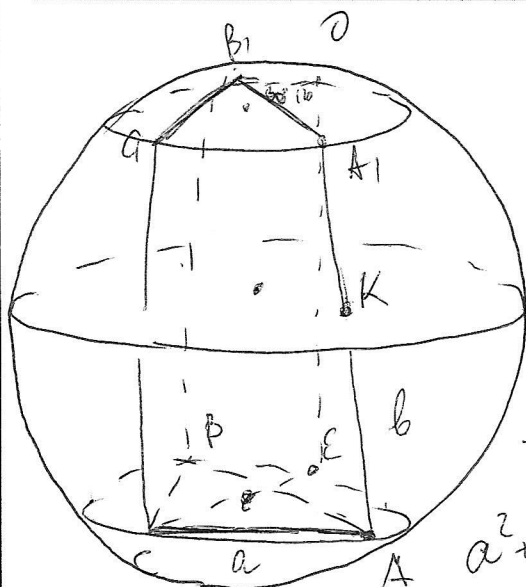
Шифр 89333 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)



Т.к. куб вписан в шар, то большие сечения шара дают кубовые ребра кубов на 2.

Пусть $KA = b$, $AC = a$

$$\Rightarrow CK^2 = a^2 + b^2 \quad (AA_1 \perp (ABC))$$

$$a^2 + b^2 = 12$$

$$CO \cap \text{сир}(ABC) = E \Rightarrow ED \perp (ABC)$$

$$CE = \frac{a}{\sin 60^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}} \quad (\text{т. сир. сев } \text{сир}(ABC))$$

$$ED = 2b \Rightarrow \triangle CED: \frac{4a^2}{3} + 4b^2 = ED^2 = 8$$

$$\frac{a^2}{3} + b^2 = 2 \quad (1) \quad \text{Вотем } (2) \quad (1):$$

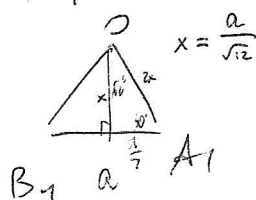
$$\frac{2}{3}a^2 = 10 \Rightarrow a^2 = 15$$

$$a^2 + b^2 = 12 \quad (2)$$

$$S_{ABE} =$$

$$A_1D = \frac{a}{\sqrt{3}} \quad A_1K = b$$

$$\frac{2}{3}a^2 = 4 \Rightarrow a^2 = 6$$



$$KD^2 = \frac{a^2}{3} + b^2 = 8 \Rightarrow b^2 = 6$$

$$a^2 + b^2 = 12$$

$$V_{ABCA_1B_1C_1} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 2b = \frac{6\sqrt{3}}{4} \cdot 2\sqrt{6} = \frac{36\sqrt{2}}{4} = 9\sqrt{2}$$

Ответ: $9\sqrt{2}$