ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Казанский национальный исследовательский технологический университет (Математика)

Шифр 93979 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу. Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 05 | 10 | 15 | 00 | 00 | 30 | | | | |

Оценка цифрами: 06 Оценка прописью: шесть Подпись:

Задание 1.

$x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} = 0.$

Пусть $x^3 = t$, тогда

$t^3 - 2022t + \sqrt{2021} = 0.$

$t(t^2 - 2022) + \sqrt{2021} = 0.$

$t(t^2 - 2021 - 1) + \sqrt{2021} = 0.$

$t(t - \sqrt{2021})(t + \sqrt{2021}) - (t - \sqrt{2021}) = 0.$

$(t - \sqrt{2021})(t(t + \sqrt{2021}) - 1) = 0.$

$t_1 = \sqrt{2021}$

$x^3 = \sqrt{2021}$

$x = \sqrt[6]{2021}$

$t^2 + \sqrt{2021}\,t - 1 = 0.$

$D = 2021 + 4 = 2025 = 45^2$

$t_2 = \frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}$ $\quad x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}}$

$t_3 = \frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}$ $\quad x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}}$

Ответ: $\sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}}$; $\sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}}$; $\sqrt[6]{2021}$

Задание 4.

Рассмотрим 3 исхода:

1) если все трубы по 25 см.
2) если одна труба равна 50 см.
3) если 2 трубы равны 25 см.

| случай 1 | случай 2 | случай 3 |
|---|---|---|
| 1 1 1 | 1 0 0 | |
| | 0 1 0 | 1 1 0 |
| | 0 0 1 | 1 0 1 |
| Подходит по усл. только | | 0 1 1. |

случаев 2 Ответ: $\frac{1}{7}$;

Ответ: $\frac{1}{7}$.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

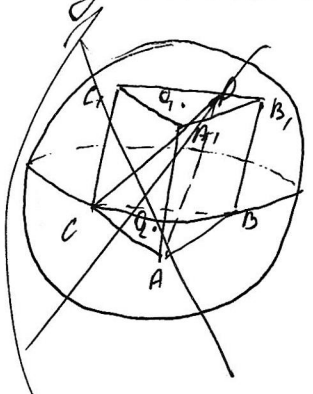
Площадка написания

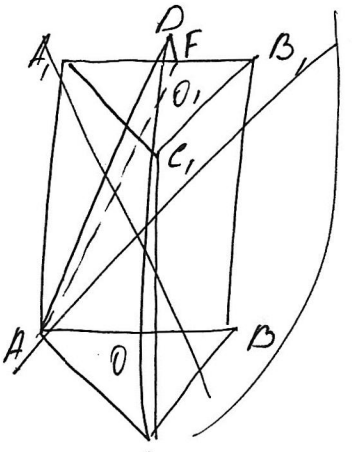
Казанский национальный исследовательский технологический университет (Математика)

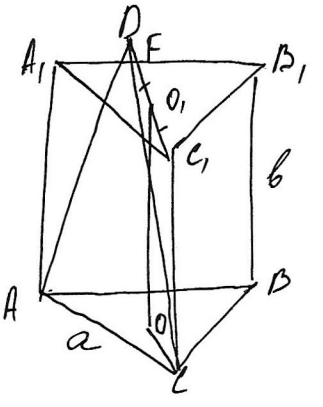
Шифр 93979 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

Задание 6




$C_1F = \frac{\sqrt{3}a}{2} \Rightarrow CD_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}a + \frac{\sqrt{3}a}{6} = \left(\frac{3\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)a = \frac{4\sqrt{3}}{6}a = \frac{2}{3}\sqrt{3}a$

$CD = \sqrt{b^2 + \frac{4}{3}3a^2} = \sqrt{\frac{3b^2+4a^2}{3}} = 12$

$AF = \sqrt{b^2 + \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{4b^2+a^2}{4}}$

$bF = \frac{\sqrt{3}}{6}a$

$AD = \sqrt{\frac{4b^2+a^2}{4} + \frac{3a}{3b}} = \sqrt{\frac{12b^2+3a^2}{12} + \frac{a}{12}} = \sqrt{\frac{12b^2+4a^2}{12}} =$

$= \sqrt{\frac{3b^2+a^2}{3}} = 4\sqrt{6}$

$\frac{3b^2+a^2}{3} = 96$ $\quad\quad$ $\frac{3b^2+4a^2}{6} = 144$

$3b^2+a^2 = 288$ $\quad\quad$ $3b^2+4a^2 = 432$.

$a^2 = 48$

$a = 4\sqrt{3}$ $\quad\quad$ $3b^2+48 = 288$

$3b^2 = 240$

$b = 4\sqrt{5}$.

$S_{осн} = \frac{1}{2}a^2 \sin 60^\circ =$

$= \frac{1}{2} \cdot 48 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$

$V = b \cdot S_{осн} = 4\sqrt{5} \cdot 12\sqrt{3} = 48\sqrt{15}$.

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Казанский национальный исследовательский технологический университет (Математика)

Шифр 93979 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

2. Задание 2.

$x \in (-\infty; +\infty)$

$f(x) + (95+x) f(1-x) = 2$

Пусть $x = \frac{1}{2} + a$

$x = \frac{1}{2} - a$

$F(\frac{1}{2} - a) + (1-a)(\frac{1}{2} + a) = 1$

$F(\frac{1}{2} + a) + (1+a)(\frac{1}{2} - a) = 1.$

Если $a = 0$, то $F(\frac{1}{2} + a) = -\frac{1}{a}$

$F(\frac{1}{2} - a) = \frac{1}{a}$

$\Downarrow$

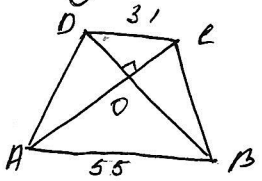
$F(x) = \frac{2}{1-2x} \quad x \neq \frac{1}{2}$

Если $x = \frac{1}{2}$ $F(\frac{1}{2}) + F(1) F(\frac{1}{1}) = 1$

Ответ: $F(x) = \frac{2}{1-2x}, x \neq \frac{1}{2}$;

$F(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$.

Задание 3.




$AC \perp BD$

$\vec{AD} \cdot \vec{BC}$

$\triangle AOD \sim \triangle COD$

$\Downarrow$

$\vec{OD} = \frac{31}{55} \vec{BO}$; $\vec{OC} = \frac{31}{55} \vec{AO}$

Пусть $\vec{AO} = \vec{a}$

$\vec{BO} = \vec{b}$

$(\vec{a}; \vec{b}) = 0$

$\vec{AD} = \vec{AO} + \vec{OD} = \vec{a} + \frac{31}{55} \vec{b}$

$\vec{BC} = \vec{BO} + \vec{OC} = \vec{b} + \frac{31}{55} \vec{a}$

$(\vec{AD}; \vec{BC}) = (\vec{a} + \frac{31}{55} \vec{b}; \vec{b} + \frac{31}{55} \vec{a})$

$\frac{31}{55} (|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + \ldots (\vec{a}; \vec{b})) =$

$= \frac{31}{55} |AB|^2$

$\frac{31}{55} \cdot 55^2 = 1705$

Ответ: 1705