



④ при двух разрезах можно получить три
частей:

- 1) все три части ^{или равны} ~~больше~~ метра
- 2) две части ^{или равны} ~~больше~~ метра, одна - меньше метра
- 3) одна часть ^{или равны} ~~больше~~ метра, две части меньше метра

часть, которая больше метра обозначим буквой "б",
часть, которая меньше метра, - буквой "и"

1 случай: б б б (перестановки невозможны)

2 случай: (перестановки возможны):

$$\begin{array}{ccc} б & б & и \\ б & и & б \\ и & б & б \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} б & б & и \\ б & и & б \\ и & б & б \end{array}} \right\} 3 \text{ подслучая}$$

3 случай: (перестановки возможны):

$$\begin{array}{ccc} и & и & б \\ и & б & и \\ б & и & и \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{ccc} и & и & б \\ и & б & и \\ б & и & и \end{array}} \right\} 3 \text{ подслучая}$$

Всего: $1 + 3 + 3 = 7$ подслучаев

Вероятность: $\frac{1}{7}$ (т.к. нужен только первый случай)

Ответ: $\frac{1}{7}$



$$x^3 = a_1$$

$$x^3 = -\sqrt{2021}$$

$$x = -\sqrt[3]{2021}$$

$$x^3 = a_2$$

$$x^3 = \frac{\sqrt{2021-45}}{2}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021-45}}{2}}$$

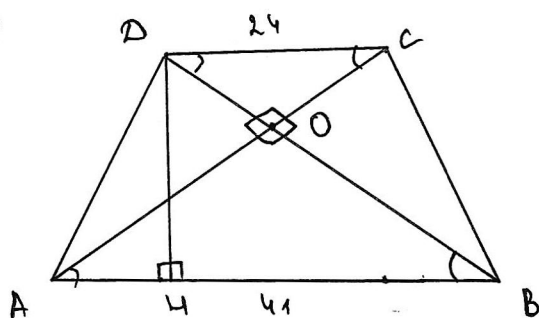
$$x^3 = a_3$$

$$x^3 = \frac{\sqrt{2021+45}}{2}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021+45}}{2}}$$

Ответ: $-\sqrt[3]{2021}$; $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021-45}}{2}}$; $\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021+45}}{2}}$

③



Дано: ABCD - трапеция

$$CD = 24$$

$$AB = 41$$

$$AC \perp BD$$

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = ?$$

Решение:

1) а) $AC \perp BD$ (по усл.)

$AB \parallel CD$ (по св-ву трапеции)

$\angle A = \angle C$ (как накрест лежащие)
 $\angle D = \angle B$

$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} OD = OC \\ OA = OB \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta DOC \text{ и } \Delta AOB -$
равнобедренные, прямоугольные
 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
 $\Downarrow$

$\Delta DOA \text{ и } \Delta BOC -$ прямоугольные

б) рассмотрим ΔAOD и ΔBOC (~~равнобедренные~~) (прямоугольные)

$$AD^2 = AO^2 + OD^2 \text{ (по м. Пифагора)}$$

$$BC^2 = BO^2 + OC^2$$

$$OD = OC \text{ (по пункту а)}$$

$$OA = OB$$

$$\Rightarrow AD^2 = BC^2 \Rightarrow AD = BC \Rightarrow$$

$\Rightarrow ABCD -$ равнобедренная трапеция

2) рассмотрим ΔAOB :

$\Delta AOB -$ равнобедренный, прямоугольный (из пункта 1а) $\Rightarrow$



Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 93491 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



$$y^2 + \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{12} = 8$$

$$y^2 + \frac{3x^2}{12} + \frac{x^2}{12} = 8$$

$$y^2 + \frac{x^2}{3} = 8$$

8) из пункта 1 и из пункта 7:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 12 \\ y^2 + \frac{x^2}{3} = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = 12 - x^2 \\ 12 - x^2 + \frac{x^2}{3} = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2 = 12 - x^2 \\ 12 - \frac{2x^2}{3} = 8 \end{cases}$$

рассмотрим второе уравнение:

$$12 - \frac{2x^2}{3} = 8 \quad | \cdot 3$$

$$36 - 2x^2 = 24$$

$$2x^2 = 12$$

$$x^2 = 6 \Rightarrow y^2 = 6$$

$$x = \sqrt{6} \quad y = \sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} 9) V_{ABCA_1B_1C_1} &= S_{осн} \cdot h = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin 60}{2} \cdot AA_1 = \frac{AB^2 \cdot \sin 60}{2} \cdot AA_1 = \\ &= \frac{x^2 \cdot \sin 60}{2} \cdot 2y = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2} \cdot 2\sqrt{6} = \frac{12 \sqrt{18}}{4} = 3\sqrt{18} = 9\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } V_{ABCA_1B_1C_1} = 9\sqrt{2}$$



$$\Rightarrow AO^2 + OB^2 = AB^2$$

$$2AO^2 = AB^2$$

$$AO^2 = \frac{AB^2}{2}$$

$$AO = \frac{AB}{\sqrt{2}} \Rightarrow AO = \frac{41}{\sqrt{2}} \Rightarrow AO = OB = \frac{41}{\sqrt{2}}$$

3) рассмотрим $\triangle DOC$:

$$DO = OC \text{ (по н. 1)}$$

$$AC \perp BD \text{ (по условию)} \Rightarrow \angle DOC = 90^\circ$$

$\Rightarrow \triangle DOC$ - равнобедрен-
ный прямоугольный
треугольник

$$\Rightarrow DO^2 + OC^2 = DC^2$$

$$2DO^2 = DC^2$$

$$DO^2 = \frac{DC^2}{2}$$

$$DO = \frac{DC}{\sqrt{2}} \Rightarrow DO = \frac{24}{\sqrt{2}} \Rightarrow DO = OC = \frac{24}{\sqrt{2}}$$

4) рассмотрим $\triangle AOD$:

$$AC \perp BD \text{ (по условию)} \Rightarrow \angle AOD = 90^\circ \Rightarrow \triangle AOD - \text{прямоугольный} \Rightarrow \text{треугольник}$$

$$\Rightarrow AD^2 = DO^2 + AO^2 \Rightarrow AD = \sqrt{DO^2 + AO^2}$$

$$AD = \sqrt{\frac{1681 + 576}{2}}$$

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 93491 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5		1	5	0		3	0		

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

50	пятьдесят	Емз
----	-----------	-----

$$① \quad x^9 - 2022x^3 - \sqrt{2021} = 0$$

Введем замену $a = x^3$

$$a^3 - 2022a - \sqrt{2021} = 0$$

$$\text{при } a = -\sqrt{2021}: -2021\sqrt{2021} + 2022\sqrt{2021} - \sqrt{2021} = 0$$

$$-2022\sqrt{2021} + 2022\sqrt{2021} = 0$$

	1	0	-2022	0 = 0	-√2021
-√2021	1	-√2021	-1	0	

$$a^2 - \sqrt{2021}a - 1 = 0$$

$$D: 2021 + 4 = 2025 = 45^2$$

$$a_1 = \frac{\sqrt{2021} - 45}{2}$$

$$a_3 = \frac{\sqrt{2021} + 45}{2}$$

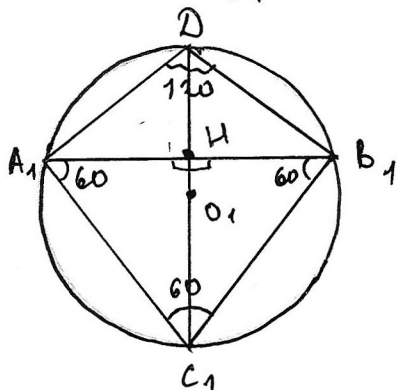
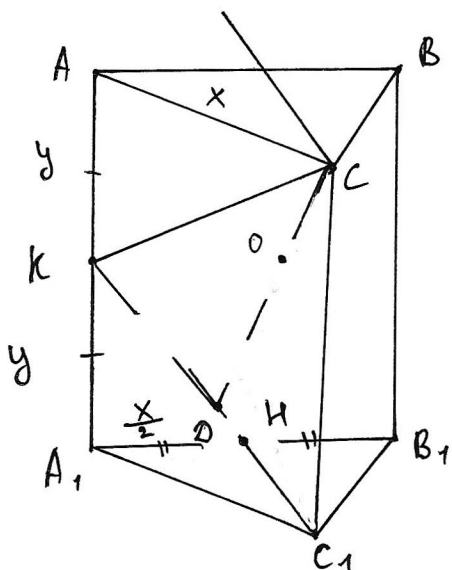
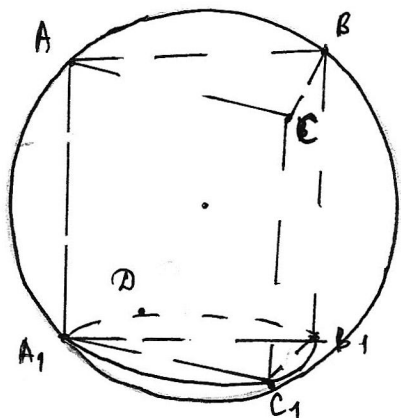
Вернемся к замене:



Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

⑥



Дано:

$ABCA_1B_1C_1$ - правильная
треугольная призма
 $ABC, A_1B_1C_1$ - правильные
треугольники
 CD - диаметр сферы

$$AK = KA_1$$

$$CK = 2\sqrt{3}$$

$$DK = 2\sqrt{2}$$

$$V_{ABCA_1B_1C_1} = ?$$

Решение:

1) рассмотрим $\triangle CAK$

$$CA \perp AA_1 \Rightarrow \angle CAK = 90^\circ \Rightarrow$$

$\triangle CAK$ - прямоугольный $\Rightarrow$

пусть $AC = x$, а $AK = y$,
тогда

$$AC^2 + AK^2 = CK^2$$

$$x^2 + y^2 = 12$$

2) рассмотрим плоскость
 $A_1B_1C_1$:

O_1 - проекция точки O на
плоскость $A_1B_1C_1$

3) рассмотрим $\triangle A_1C_1B_1$ (правильный):

$C_1D \cap A_1B_1 = H \Rightarrow C_1H$ - высота, медиана, биссектриса



Площадка написания

Казанский национальный исследовательский технологический университет (Математика)

Шифр 93491 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022

$$AD = \sqrt{\frac{2257}{2}}$$

$$5) BC = AD = \sqrt{\frac{2257}{2}} \text{ (т.к. равнобед. трапеция)}$$

6) проведем DH - высота к $AB \Rightarrow \angle DHA = 90^\circ$

7) рассмотрим $\triangle DHA$:

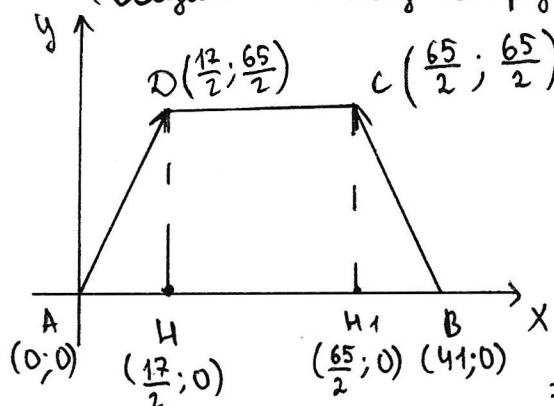
$\angle DHA = 90^\circ \Rightarrow \triangle DHA$ - прямоугольный треугольник $\Rightarrow$

$$\Rightarrow DH^2 = AD^2 - AH^2 = AD^2 - \left(\frac{AB-CD}{2}\right)^2$$

$$DH = \sqrt{AD^2 - \left(\frac{AB-CD}{2}\right)^2}$$

$$DH = \sqrt{\frac{2257}{2} - \frac{289}{4}} = \sqrt{\frac{4514 - 289}{4}} = \sqrt{\frac{4225}{4}} = \frac{65}{2}$$

8) поместим трапецию на координатную плоскость (введем систему координат $A(0;0)$)



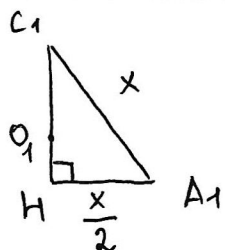
$$\overrightarrow{AD} \left\{ \frac{17}{2}; \frac{65}{2} \right\}$$

$$\overrightarrow{BC} \left\{ -\frac{17}{2}; \frac{65}{2} \right\}$$

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 =$$

$$= -\frac{289}{4} + \frac{4225}{4} = \frac{3936}{4} = 984$$

Ответ: 984



$$C_1H = \sqrt{A_1C_1^2 - A_1H^2} = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

точка O_1 - точка пересечения медиан,
биссектрис, высот в $\triangle A_1B_1C_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{C_1O_1}{O_1H} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{O_1H}{C_1H} = \frac{1}{3} \Rightarrow O_1H = \frac{C_1H}{3} = \frac{x\sqrt{3}}{6}$$

$$4) \frac{C_1O_1}{O_1H} = \frac{2}{1} \text{ (по п. 3)}$$

C_1O_1 - ~~радиус~~ радиус окружности

O_1D - радиус окружности

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow O_1H = \frac{1}{2} C_1O_1 = \frac{1}{2} DO_1 \Rightarrow \\ O_1H = HD = \frac{x\sqrt{3}}{6} \end{array} \right\}$$

5) рассмотрим $\triangle KHD$:

$KA_1 \perp A_1B_1$ (т.к. призма прямая)

$A_1D \perp C_1H$ (по п. 3)

KH - наклонная

A_1H - проекция

KA_1 - перпендикуляр

$\Rightarrow KH \perp C_1H$
(по теореме о трех
перпендикулярах)

$\Downarrow$
 $KH \perp C_1D$

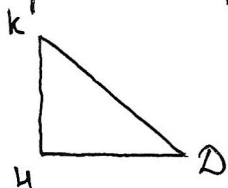
$\Downarrow$
 $\triangle KHD$ - прямоуголь-
ный

6) рассмотрим $\triangle KA_1H$ (прямоугольный):

$$KH^2 = KA_1^2 + A_1H^2$$

$$KH^2 = y^2 + \frac{x^2}{4} \Rightarrow KH = \sqrt{y^2 + \frac{x^2}{4}}$$

7) рассмотрим $\triangle KHD$ (прямоугольный)



$$KH^2 + HD^2 = KD^2$$