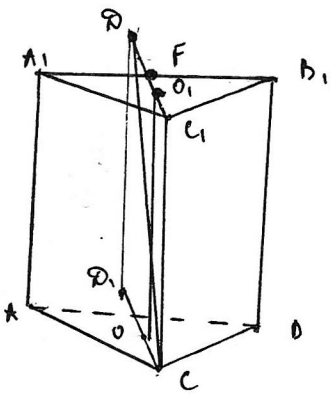
№6



~~Пусть~~ $r = 6$ $AD = 4\sqrt{6}$ Пусть $A_1B_1 = a$; $AA_1 = b$

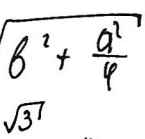
$C_1F = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow CD_1 = C_1F + DF = \frac{\sqrt{3}}{2}a + \frac{\sqrt{3}}{6}a =$

$= \left(\frac{3\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)a = \frac{4\sqrt{3}}{6}a = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$

$CD = \sqrt{b^2 + \frac{4}{9}\cdot 3a^2} = \sqrt{b^2 + \frac{4}{3}a^2} = \sqrt{\frac{36+4a^2}{3}} = 4 = 12$



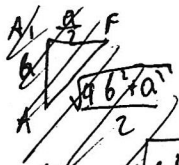
$AF = \sqrt{b^2 + \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{4b^2+a^2}{2}}$



$DF = \frac{\sqrt{3}}{6}a$

$AD = \sqrt{\frac{4b^2+a^2}{4} + \frac{3a}{36}} = \sqrt{\frac{12b^2+3a^2}{12} + \frac{a}{12}} =$

$= \sqrt{\frac{36^2+a^2}{3}} = 4\sqrt{6}$



$AF = \sqrt{b^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{4b^2+a^2}$

$\frac{36^2+a^2}{3} = 96$ $\frac{36^2+4a^2}{3} = 144$

$36^2 + a^2 = 288$ $36^2 + 4a^2 = 432$

$3a^2 = 144$

$a^2 = 48 \Rightarrow a = 4\sqrt{3}$

$36^2 + 48 = 288$

$b^2 = 80$

$b = 4\sqrt{5}$

$S_{осн} = \frac{1}{2}a \cdot \sin 60° = \frac{1}{2}\cdot 48 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$

$V = b \cdot S_{осн} = 4\sqrt{5} \cdot 12\sqrt{3} = 48\sqrt{15}$

Ответ: $V = 48\sqrt{15}$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Казанский национальный исследовательский технологический университет (Математика)

Шифр 93964 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу. Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
05	05	15	00	00	30				

Оценка цифрами: 055 Оценка прописью: пятьдесят пять Подпись:

№1. $x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} = 0$

Пусть $x^3 = a$, тогда

$a^3 - 2022a + \sqrt{2021} = 0$

$(a - \sqrt{2021})(a^2 + a\sqrt{2021} - 1) = 0$

$a_1 = \sqrt{2021}$

$D = 2021 + 4 = 2025 = 45^2$

$a_2 = \frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}$

$a_3 = \frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}$

$-a^3 - 2022a + \sqrt{2021}$ | $a - \sqrt{2021}$

$-a^3 - \sqrt{2021}a^2$ | $a^2 + a\sqrt{2021} - 1$

$-\sqrt{2021}a^2 - 2022a$

$\sqrt{2021}a^2 + 2021a$

$-a + \sqrt{2021}$

$-a + \sqrt{2021}$

0

1) $x^3 = \sqrt{2021}$

$x_1 = \sqrt[6]{2021}$

2) $x^3 = \frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}$

$x_2 = \sqrt[3]{\frac{45 - \sqrt{2021}}{2}}$

3) $x^3 = \frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}$

$x_3 = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}}$

Ответ: $x_1 = \sqrt[6]{2021}$; $x_2 = \sqrt[3]{\frac{45 - \sqrt{2021}}{2}}$; $x_3 = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}}$

№2

$f(x) + (0{,}5 + x) \cdot f(1 - x) = 1 \quad x \in (-\infty; +\infty)$

Пусть $x = \frac{1}{2} + a$

$x = \frac{1}{2} - a$

$f(\frac{1}{2} - a) + (1 - a) \cdot f(\frac{1}{2} + a) = 1$

$f(\frac{1}{2} + a) + (1 + a) \cdot f(\frac{1}{2} - a) = 1$

Если $a = 0$, то $\begin{cases} f(\frac{1}{2} + a) = -\frac{1}{a} \\ f(\frac{1}{2} - a) = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{1 - 2x}$

$x = \frac{1}{2} \Rightarrow f(\frac{1}{2}) + f(1) f(\frac{1}{x}) = 1$

Ответ: $f(x) = \frac{2}{1 - 2x}$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(a \cdot b)c = a(bc)$ $E = mc^2$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

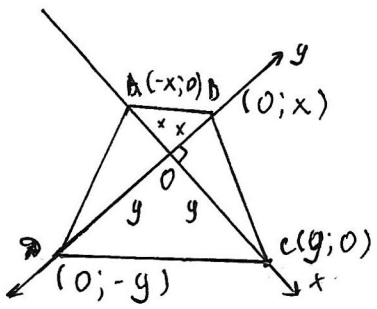
Площадка написания

Казанский национальный исследовательский технологический университет (Математика)

Шифр 93964 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

N3



$\angle AOB = 90^\circ = \angle DOC$; $OA = OB$; $\triangle OAB \sim \triangle OCD \Rightarrow$ $\Rightarrow OD = OC \Rightarrow BC = AD$

$OC = OD = y$; $OA = OB = x$

$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = x_1x_2 + y_1y_2$

$\overrightarrow{AD} = \{x; -y\}$ $\overrightarrow{BC} = \{x; -y\}$

$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = x^2 + y^2$

$AB = 31$; $\sqrt{x^2 + x^2} = 31 \Rightarrow x^2 = \frac{961}{2}$

$CD = 55$; $\sqrt{y^2 + y^2} = 55 \Rightarrow y^2 = \frac{3025}{2}$

$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{961 + 3025}{2} = 1705$

Ответ: 1705

N4

а) Пусть ≥ 25 = "1"; < 25 = "0"

1) 1 1 1 - 1 шт

2) 1 1 0; 1 0 1; 0 1 1 - 3 шт

3) 1 0 0; 0 1 0; 0 0 1 - 3 шт

4) 0 0 0 - невозможно, т.к. $24 + 24 + 24 \neq 100$

$\frac{1}{7}$