N2

$f(x) + (0,5 + x) f(1-x) = 1$

$x = 0,5 + t \quad ; \quad x = 0,5 - t$

$f(0,5 - t) + (1 - t) f(0,5 + t) = 1$

$f(0,5 + t) + (1 + t)(0,5 - t) = 1$

$t = 0$

$$f(0,5 + t) = -\frac{1}{t}$$

$$f(0,5 - t) = \frac{1}{t}$$

$$f(x) = \frac{2}{1 - 2x} \quad ; \quad x \neq 0,5$$

при $x = 0,5$:

$f(0,5) + 1 \cdot f(0,5) = 1$

$f(0,5) = 0,5$

Ответ: $f(x) = \frac{2}{1-2x}$; $x \neq 0,5$; $f(0,5) = 0,5$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский технологический университет (Математика)

Шифр 93922 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

N 1

$x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} = 0$

$x^3 = t$; $x^9 = t^3$

$t^3 - 2022t + \sqrt{2021} = 0$

$t(t^2 - 2021 - 1) + \sqrt{2021} = 0$

$t((t-2021)(t+\sqrt{2021}-1) + \sqrt{2021} = 0$

$t(t-\sqrt{2021})(t+\sqrt{2021}) - (t-\sqrt{2021}) = 0$

$(t-\sqrt{2021})(t(t+\sqrt{2021})-1) = 0$

$t - \sqrt{2021} = 0$

$t = \sqrt{2021}$

$x^3 = \sqrt{2021}$

$x_1 = \sqrt[3]{\sqrt{2021}}$

$t(t+\sqrt{2021}) - 1 = 0$

$t^2 + \sqrt{2021}t - 1 = 0$

$D = (\sqrt{2021})^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 1 = 2021 + 4 = 2025$

$\sqrt{D} = 45$

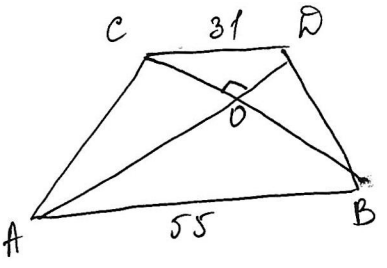
$t_1 = \frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}$

$t_2 = \frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}$

$x_2 = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}}$

$x_3 = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}}$

Ответ: $\sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}}$; $\sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}}$; $\sqrt[3]{2021}$



Дано:
$AB = 55$
$CD = 31$
Найти:
$\vec{AD} \cdot \vec{BC}$

Решение:

1) $AB \parallel CD \Rightarrow \angle ADC = \angle DAB$ т.к. накрестлежащие
$\angle AOB = \angle COD$, т.к. вертикальные
$\Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle COD$ по двум углам $\Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{OC} = \frac{31}{55} \vec{AO}$

$\vec{DO} = \frac{31}{55} \vec{BO}$

Пусть $\vec{AO} = a$, $\vec{BO} = b$, $(\vec{a}; \vec{b}) = 0$

$\vec{AD} = \vec{OD} + \vec{AO} = \frac{31}{55} \vec{b} + \vec{a}$

$\vec{BC} = \vec{OC} + \vec{BO} = (\vec{AD}; \vec{BC}) = (a + \frac{31}{55}\vec{b}, \vec{b} + \frac{31}{55}\vec{a}) =$

$= \frac{31}{55} (|\vec{a}| + |\vec{b}| + \frac{31}{55}\vec{a} + (\dots) \cdot (\vec{a}, \vec{b}) =$

$= \frac{31}{55} |AB|^2 = \frac{31 \cdot 55^2}{55} = 1705$

Ответ: 1705

$$\frac{S_2 + 18(\pm 2)}{2(5S_2 + 18(\pm 2))} = \frac{51(\pm 9)}{10S_2}$$

$$5S_2^2 + 5 \cdot 18(\pm 2) \cdot S_2 = 5 \cdot 51(\pm 9) S_2 + 51(\pm 9) \cdot 18(\pm 2)$$

$$5S_2^2 + 5S_2(18(\pm 2) - 51(\pm 9)) - 51(\pm 9) \cdot 18(\pm 2) = 0$$

$$D = 25(18(\pm 2) - 51(\pm 9))^2 + 20 \cdot 51 \cdot (\pm 9) \cdot 18(\pm 2)$$

$$S_{2\,max} = \frac{5(51(\pm 9) - 18(\pm 2)) + \sqrt{D}}{10}$$

$$S_{2\,min} = \frac{5(51(\pm 9) - 18(\pm 2)) - \sqrt{D}}{10}$$

$$\frac{b}{a+b+c} = \frac{51(\pm 9)}{5(51(\pm 9) - 18(\pm 2)) \pm \sqrt{D}}$$

$\sqrt{D} > 5(51(\pm 9) - 18(\pm 2)) \Rightarrow \frac{51(\pm 9)}{5(51(\pm 9) - 18(\pm 2)) - \sqrt{D}}$ не подходит, т.к. % не может быть отрицательным $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{b}{a+b+c} = \frac{51(\pm 9)}{5(51(\pm 9) - 18(\pm 2)) + \sqrt{D}}$$

Минимальное знач-е $\frac{b}{a+b+c}$ принимает, когда $(a+b+c)$ принимает максимальное значение. Возьмем числа $(60; 16)$

$$\min \frac{b}{a+b+c} = \frac{60}{5(60-16) + \sqrt{25(16-60)^2 + 20 \cdot 60 \cdot 16}} =$$

$$= \frac{60}{5 \cdot 44 + \sqrt{25(44^2 + 4 \cdot 12 \cdot 16)}} = \frac{60}{5 \cdot 44 + 5\sqrt{44^2 + 48 \cdot 16}} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

max при $(42; 20) = 0{,}15$

Ответ: наименьший : 12,5%, наибольший : 15%.

№5

Пусть S_1 - цена 1-й Разнефти

S_2 - цена 1-й Двансефти

S_3 - цена 1-й Тринефти

a - кол-во акций Разнефти

b - кол-во акций Двансефти

c - кол-во акций Тринефти

$$\begin{cases} a+b=c \\ 4bS_2 = aS_1 \\ bS_2 + aS_1 = cS_3 \\ S_2 + 18(\pm 2) = S_1 \\ S_3 = 51(\pm 9) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=c \\ bS_2 + a(S_2 + 18(\pm 2)) = (a+b)\cdot 51(\pm 9) \\ 4bS_2 = a(S_2 + 18(\pm 2)) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4bS_2 - a(S_2 + 18(\pm 2)) = 0 \\ bS_2 + a(S_2 + 18(\pm 2)) = (a+b)\cdot 51(\pm 9) \end{cases}$$

$$a = \frac{4bS_2}{S_2 + 18(\pm 2)}$$

$$\frac{b}{2\left(\left(\frac{4bS_2}{S_2 + 18(\pm 2)}\right) + b\right)} = \frac{b}{\frac{2(4bS_2 + bS_2 + 18(\pm 2)\cdot b)}{S_2 + 18(\pm 2)}} =$$

$$= \frac{b(S_2 + 18(\pm 2))}{b(10S_2 + 2\cdot 18(\pm 2))}$$

$$+ \begin{cases} 4bS_2 - a(S_2 + 18(\pm 2)) = 0 \\ bS_2 + a(S_2 + 18(\pm 2)) = (a+b)\cdot 51(\pm 9) \end{cases}$$

$$5bS_2 = (a+b)\cdot 51(\pm 9)$$

$$(a+b) = \frac{5bS_2}{51(\pm 9)}$$

$$\frac{b}{2\cdot\frac{5bS_2}{51(\pm 9)}} = \frac{51(\pm 9)\cdot b}{2\cdot 5bS_2} = \frac{51(\pm 9)}{10S_2}$$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Казанский национальный исследовательский технологический университет (Математика)

Шифр 93922 Класс 11

Вариант Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
05	10	15	00	20	00				

Оценка цифрами	Оценка прописью	Подпись
050	пятьдесят	

