



Пусть $C_1 D \cap A_1 B_1 = F \Rightarrow$

$C_1 F$ - мед, дис, выс. $\triangle A_1 B_1 C_1$

$$\left. \begin{array}{l} C_1 D_1 : D_1 F = 2 : 1 \\ C_1 D_1 = D_1 D \end{array} \right\} \Rightarrow O_1 F = F D$$

Пусть $A_1 C_1 = a$
 $A A_1 = b$

$$C_1 F = \frac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow F D = \frac{\sqrt{3}}{6} a$$

в $\triangle O_1 F$: $\triangle K A_1 F$:

$$\angle F A K = 90^\circ \Rightarrow F K = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}$$

$\triangle K D F$: $K F \in (A A_1 B_1)$
 $C_1 D \in (A_1 B_1 C_1)$
 $(A A_1 B_1) \perp (A_1 B_1 C_1) \Rightarrow K F \perp C_1 D$

$$\angle K F D = 90^\circ \Rightarrow$$

$$K D = \sqrt{K F^2 + F D^2}$$

$$K D = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4} + \frac{3a^2}{36}} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4} + \frac{a^2}{12}} = \frac{\sqrt{4a^2 + b^2}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{4a^2 + b^2} = 4\sqrt{6}$$

$$1) 4a^2 + b^2 = 96$$

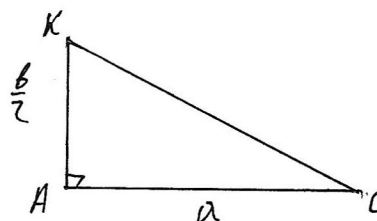
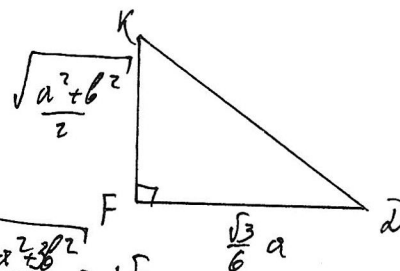
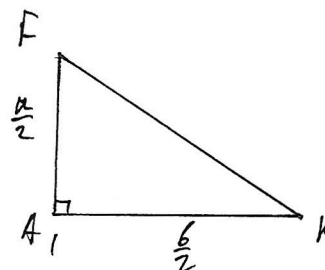
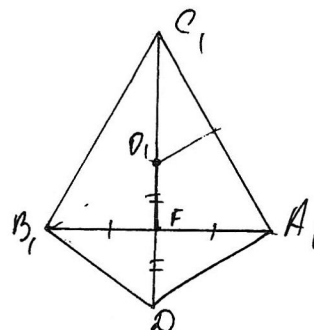
$\triangle C A K$:

$$\angle C A K = 90^\circ \Rightarrow$$

$$K C = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4}} = \frac{\sqrt{4a^2 + b^2}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{4a^2 + b^2} = 4\sqrt{3}$$

$$2) 4a^2 + b^2 = 48$$





$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

Шифр 93963 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



$$\begin{cases} 4a^2 + 3b^2 = 36 \\ 4a^2 + b^2 = 48 \end{cases}$$

$$2b^2 = 48$$

$$b^2 = 24 \Rightarrow b = 2\sqrt{6} \Rightarrow$$

$$4a^2 + 24 = 48$$

$$4a^2 = 24$$

$$a^2 = 6$$

$$a = \sqrt{6} \Rightarrow$$

$$S_{\text{очн}} = \frac{1}{2} a^2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{\text{призмы}} = b \cdot S_{\text{очн}} = 2\sqrt{6} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3 \cdot 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

Ответ: $9\sqrt{2}$



$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

Шифр 93963 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022

Введём обозначение: A - длина наибольшей части трубы больше метра
 B - длина наибольшей части трубы меньше метра

Тогда возможны случаи:

1. A, A, A - три длины каждой трубы > 1 м
2. B, A, A - длины двух труб > 1 м, а последней < 1 м
 A, B, A
 A, A, B
3. B, B, A - длины двух труб < 1 м, поставившей > 1 м
 B, A, B
 A, B, B

$\Rightarrow$ вероятность, что все три части можно спаять
равна: $\frac{1}{7}$

Ответ: $\frac{1}{7}$

нб

Дано:
Сфера O
 $ABC, A_1B_1C_1$ -
правильная
треугольная
призма
 $ABC, A_1B_1C_1$
вписана в
сферу
сд - диаметр
сферы
 $K \in AA_1$
 $AK = KA_1$
 $CK = KB_1$
 $DK = KB_1$

Найти:
Угол $\angle K$?

Решение

O - центр сферы $\Rightarrow$

$$OA_1 = OB_1 = OC_1 = OC = OB = OA \Rightarrow$$

O - середина O_1O_2 , где

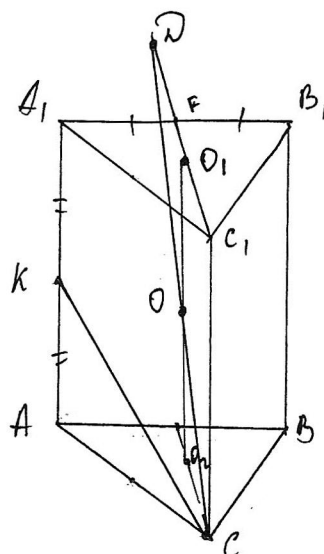
O_1 - точка пересечения
мед, бис, вис. $\triangle A_1B_1C_1$

O_2 - точка пересечения мед, бис, вис
 $\triangle ABC$

сд - диаметр $\Rightarrow CO = OD$

O_1 - проекция O на $(A_1B_1C_1)$ $\Rightarrow C, O_1 = O, D$

C_1 - проекция C на $(A_1B_1C_1)$





ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc) \quad E=mc^2 \quad H-C-H$$

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 93963 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5		1	5			3	0		

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

5	0	нет ответа							
---	---	------------	--	--	--	--	--	--	--

$x^3 - 2022x^2 - \sqrt{2021} = 0$
 Пусть $x^3 = a$, то
 $a^3 - 2022a - \sqrt{2021} = 0$.
 Если $a = -\sqrt{2021}$, то $-2022\sqrt{2021} + 2022\sqrt{2021} - \sqrt{2021} = 0$, тогда
 $a_0 = -\sqrt{2021}$

$$a^3 - 2022a - \sqrt{2021} = 0$$

1	0	-2022	$-\sqrt{2021}$
1	$-\sqrt{2021}$	-1	0
a_2	a_1	a_0	

$$a^2 - \sqrt{2021}a - 1 = 0$$

$$D = 2021 + 4 = 45^2$$

$$a_1 = \frac{\sqrt{2021} - 45}{2} \quad a_2 = \frac{\sqrt{2021} + 45}{2}$$

Вернемся к замене:

$$x^3 = -\sqrt{2021}$$

$$x = -\sqrt[3]{2021}$$

$$x^3 = \frac{\sqrt{2021} - 45}{2}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} - 45}{2}}$$

$$x^3 = \frac{\sqrt{2021} + 45}{2}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$$

Ответ: $-\sqrt[3]{2021}; \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} - 45}{2}}; \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$

Дано:
 ABCD - трапеция
 AB и CD - основания
 AB = 41; AC ⊥ BD
 CD = 24;

№3
 найти: $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = ?$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Площадка написания

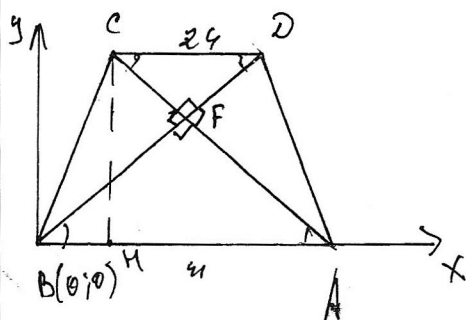
Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 93963 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



Введём систему координат, где

$B(0;0)$; AB — ось абсцисс

т.к. $AB = 41 \Rightarrow A(41;0)$

Пусть: $BD \cap AC = F$

т.к. $BD \perp AC \Rightarrow ABCD$ — равнобедренная трапеция. ($BF = FA$; $CF = FD$; $\Rightarrow BC = AD$)

$$\left. \begin{aligned} \angle BAC &= \angle ACD \text{ (н/н)} \\ \angle CBD &= \angle DBA \text{ (н/н)} \\ \angle CAB &= \angle DBA \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle DCA = \angle BDC = \angle CAB = \angle DBA \Rightarrow$$

$\triangle CFD$ — равнобедренный и прямоугольный $\Rightarrow$

$$CF\sqrt{2} = CD$$

$$CF = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{24}{\sqrt{2}}$$

$\triangle BFA$ — р/б и прямоугольный $\Rightarrow$

$$BF\sqrt{2} = AB \Rightarrow BF = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{41}{\sqrt{2}}$$

$\triangle BCF$ — прямоугольный $\Rightarrow CB = \sqrt{CF^2 + BF^2}$

$$CB = \sqrt{\frac{24^2}{2} + \frac{41^2}{2}} = \sqrt{\frac{2257}{2}}$$

$$\text{Пусть: } \vec{CB}(x; y) \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\frac{2257}{2}}$$

Проведём $CH \perp AB$ $BH = \frac{AB - CD}{2} = \frac{41 - 24}{2} = \frac{17}{2} \Rightarrow x = \frac{17}{2}$

$$\frac{289}{4} + y^2 = \frac{2257}{2}$$

$$y^2 = \frac{2257 \cdot 2 - 289}{4} = \frac{4225}{4} \Rightarrow y = \frac{65}{2}$$

$$\vec{CB} \left(\frac{17}{2}; \frac{65}{2} \right) \Rightarrow \vec{AD} \left(-\frac{17}{2}; \frac{65}{2} \right)$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{CB} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = -\frac{17^2}{4} + \frac{65^2}{4} = \frac{3936}{4} = 984$$

Ответ: 984