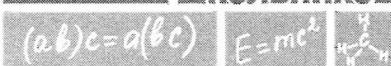




ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 94232 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



N1

Один корень $x = \sqrt[6]{2021}$

$$x^9 = 2021 \sqrt[3]{2021}$$

$$x^3 = \sqrt[2]{2021}$$

$$x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} = 2021\sqrt{2021} - 2022\sqrt{2021} + \sqrt{2021} = 0$$

$$x > \sqrt[6]{2021} \Rightarrow x^9 + \sqrt{2021} > 2022x^3 \Rightarrow x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} > 0$$

~~Вариант 2022~~

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

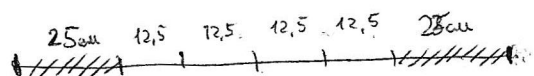
Математика

Шифр 94232 Класс 11

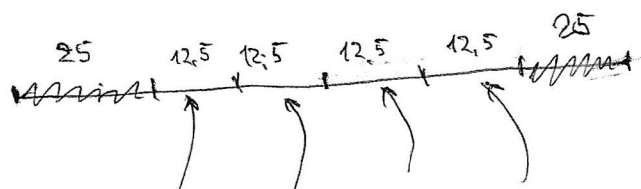
Вариант 21 Дата 19.02.2022



14



Проба не может протравить на краях, только на расстоянии 25 см от краёв.



$$\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cdot 0 + \frac{1}{8} \cdot 0 + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{32}$$

Ответ: $\frac{1}{32}$.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 94232 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	1	0	0	5	0	0
3	0								

Оценка цифрами

0 4 5

Оценка прописью

сорок пять

Подпись

[Signature]

N 3

$$\vec{x} \cdot \vec{y} = |\vec{x}| \cdot |\vec{y}| \cdot \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} \vec{AD} \cdot \vec{BC} &= (\vec{DO} + \vec{OA})(\vec{BO} + \vec{OC}) = \\ &= \vec{DO} \cdot \vec{BO} + \vec{DO} \cdot \vec{OC} + \vec{OA} \cdot \vec{BO} + \\ &+ \vec{OA} \cdot \vec{OC}. \end{aligned}$$

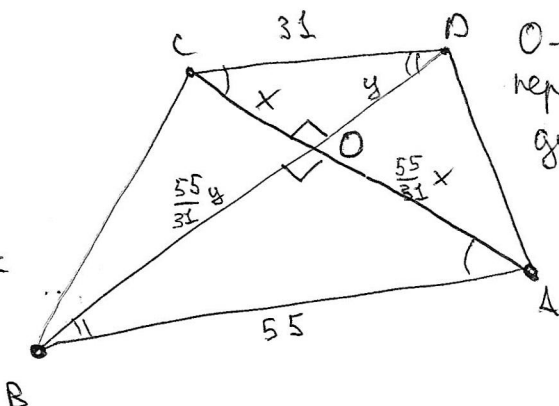
$$\vec{DO} \cdot \vec{OC} = 0$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{BO} = 0$$

$$\vec{DO} \cdot \vec{BO} = -|\vec{DO}| \cdot |\vec{BO}|$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{OC} = -|\vec{OA}| \cdot |\vec{OC}|$$

$$\begin{aligned} \vec{AD} \cdot \vec{BC} &= -(\vec{DO} \cdot \vec{BO} + \vec{OA} \cdot \vec{OC}) = -(y \cdot \frac{55}{31} y + \frac{55}{31} x \cdot x) = -(\frac{55}{31} (y^2 + x^2)) = \\ &= -\frac{55}{31} (31^2) = -55 \cdot 31 = -1705 \end{aligned}$$



O - точка
пересеч.
диагоналей.

$$CO = x \quad DO = y \quad x^2 + y^2 = 31^2$$

$$\triangle COB \sim \triangle AOB \text{ с coeff } k = \frac{55}{31} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BO = \frac{55}{31} y \quad AO = \frac{55}{31} x$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ $E = mc^2$ $\frac{1}{n} + \frac{1}{m} = \frac{1}{k}$

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 94232 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



N 2

$$x = -0,5 \quad f(x) + 0 \cdot f(1,5) = 1 \Rightarrow \cancel{f(x)} \quad f(0,5) = 1 \quad f(1) = -2$$

$$x = 1,5 \quad f(1,5) + 2 \cdot f(-0,5) = 1 \Rightarrow f(1,5) = -1 \quad f(0) = 2$$

$$x = 0,5 \quad f(0,5) + 1 \cdot f(0,5) = 1 \Rightarrow f(0,5) = 0,5$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 1 \quad f(1) + 1,5 f(0) = 1 \\ x = 0 \quad f(0) + 0,5 f(1) = 1 \end{array} \right\} \quad f(0) = \frac{1 - f(1)}{1,5}$$

$$\frac{1 - f(1)}{1,5} + 0,5 f(1) = 1$$

~~1,5 + 0,75~~

$$1 - f(1) + 0,75 f(1) = 1,5$$

$$f(1) = -0,5 \cdot 4 = -2$$

$$f(0) = \frac{1 + 2}{1,5} = 2$$

$$x = 2 \quad f(2) + 2,5 (f(-1)) = 1 \quad \left. \begin{array}{l} \end{array} \right\} \quad f(2) = 1 - 2,5 (f(-1))$$

$$x = -1 \quad f(-1) + (-0,5) f(2) = 1 \quad \left. \begin{array}{l} \end{array} \right\} \quad f(-1) + 0,5 \cdot (1 - 2,5) f(-1) = 1$$

$$f(-1) (1 + (-0,5) (1 - 2,5)) = 1$$

$$f(-1) = \frac{1}{1,75} = \frac{4}{7}$$

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр

94232 Класс

11

Вариант 21

Data

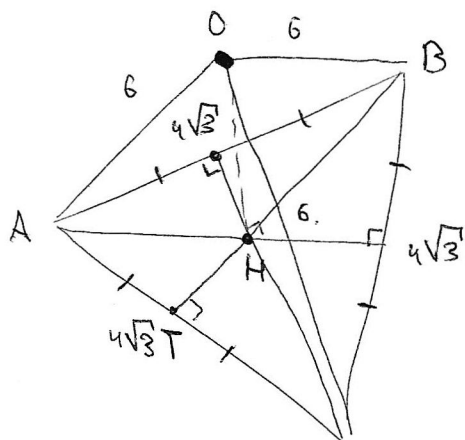
19.02.2022



№6 продолжение...

Н - ортоцентр $\triangle ABC$

0 - равноудалена от $A, B, C \Rightarrow$
проекция точки O на плоскость
 ABC попадёт в H .



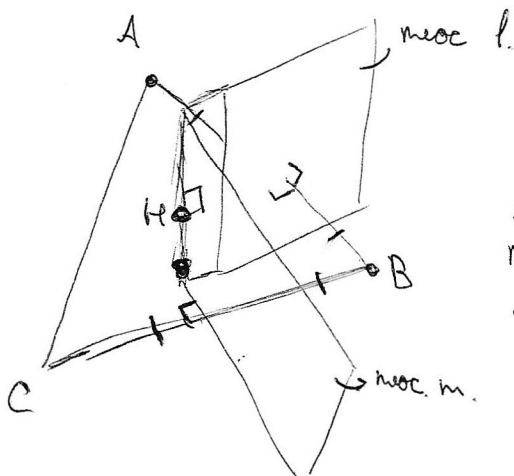
$$\begin{aligned} V_{ABC A' B' C'} &= S_{\triangle ABC} \cdot OH = \\ &= \frac{AC \cdot BT}{2} \cdot OH = \frac{4\sqrt{3} \cdot 6}{2} \cdot 2\sqrt{5} = \\ &= 24\sqrt{15} \end{aligned}$$

$$BH = \frac{2}{3} RT$$

$$BT^C_2 = 48 - 12 \Rightarrow BT = 6 \Rightarrow BM = 4$$

$$OH^2 = 36 - 16 = 20 \Rightarrow OH = 2\sqrt{5}$$

$$V_{ABCA_1B_1C_1} = 2V_{ABCA'B'C'} = 24\sqrt{15} \cdot 2 = 48\sqrt{15}.$$



① лежит на пересечении плоскостей ℓ и m , а это и есть перпендикулярная прямая к плоскости ΔABC проходящая через точку H .



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский
технологический университет (Математика)

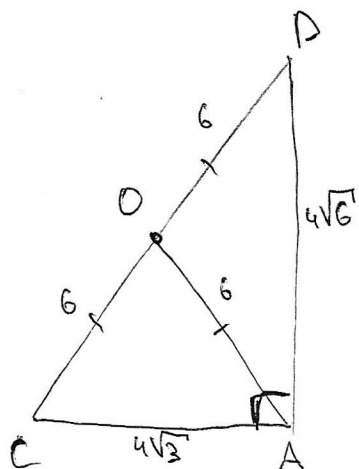
Шифр 94232 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



N 6.

O - центр сферы.



$$CD = 12$$

$$AD = 4\sqrt{3}$$

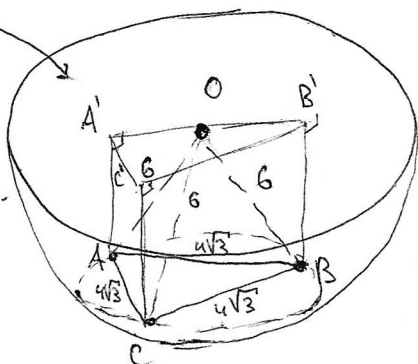
Посмотрим на плоскость $\triangle AOC$, D лежит на ней, так как $D \in OC$ $OC \in \text{плоск. } \triangle AOC$.

$OD = OC = OA = 6 \Rightarrow \triangle CAD$ - прямоугольный $\Rightarrow \angle A = 90^\circ$
 $CA^2 = DC^2 - DA^2 = 144 - 96 = 48 \Rightarrow CA = 4\sqrt{3} \Rightarrow$

$$\Rightarrow AB = CB = CA = 4\sqrt{3}.$$

плоскость поперечного сечения = W

т.е. там где сферу поперечным сечением.



Посмотрим на пол сферы, так что бы плоскость поперечного сечения была параллельна плоскости $\triangle ABC$, тогда точки A', B', C'

проекции точек A, B, C на плоскость W . Тогда $ABCA'B'C'$ -

будет трех. призой ~~и будет равна~~ $V_{ABCA'B'C'} = \frac{1}{2} V_{ABCA_1B_1C_1}$

Так как призма симметрична относительно плоскости W .
Прог. на след. стр. 5

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 94232 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



№2 Прог.

$$f(-1) = \frac{1 - f(2)}{2,5} \quad \frac{1 - f(2)}{2,5} + (1 - 0,5) f(2) = 1$$

$$f(2) \neq 1 - f(2) - 1,25 f(2) = 1$$

$$\Rightarrow 2,25 f(2) = 0 \Rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow f(-1) = \frac{1 - 0}{2,5} = \frac{2}{5} = \frac{4}{1}$$

$f(-1)$ принимает 2 разг. значения в одной точке, таких функций не существует.

Ответ: нет подходящих функций под это условие.