ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Казанский национальный исследовательский технологический университет (Математика)

Шифр 84595 Класс 10

Вариант 21 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Оценка цифрами	Оценка прописью	Подпись

№2

$x \in (-\infty; +\infty) \Rightarrow D(f) \in (-\infty; +\infty)$

$f(x) + (0{,}5+x)f(1-x) = 1$ Из условия следует, что функция f является линейной ($y = kx + b$). Из первого слагаемого:

$y = x$ Из $2^{го}$: $y = -x+1$

$$x + (0{,}5+x)(1-x) = 1$$

$$x-1 + (0{,}5+x)(1-x) = 0$$

$$-(\overset{1-x}{\cancel{x-1}}) + (0{,}5+x)(1-x) = 0$$

$$(0{,}5+x-1)(1-x) = 0$$

$\Downarrow$ $x = 0{,}5$

$\Downarrow$ $x = 1$

Проверим:

1) $f(0{,}5) = 0{,}5$
$(0{,}5+\cancel{x})f(1-x) = 0{,}5$ $\Big| \Rightarrow$ $0{,}5 + 1 \cdot 0{,}5 = 1$

2) $f(1) = 1$
$f(1-x) = 0$ $\Big| \rightarrow$ $1 + 1{,}5 \cdot (1-1) = 1$

Ответ:

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы
в поле внизу.

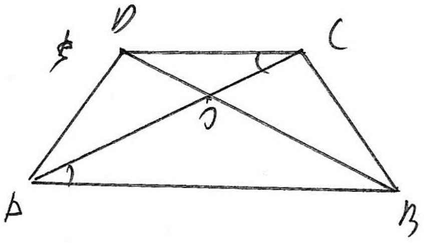
Математика

Площадка написания
Казанский национальный исследовательский технологический университет (Математика)

Шифр 84595 Класс 10

Вариант 21 Дата 19.02.2022

№3



Дано: $AB = 55$ $CD = 31$

$AC \perp BD$

Найти: $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC}$

Решение: $AC \cap BD = O$

Заметим $\triangle DOC$ и $\triangle AOB$

$\angle OAB = \angle OCD$ | как накр. леж.

$\angle CDO = \angle OBA$ |

$\Rightarrow \triangle DOC \sim \triangle AOB$ по 3 углам

$$\frac{DC}{AB} = \frac{DO}{OB} = \frac{OC}{OA} = \frac{31}{55}$$

ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

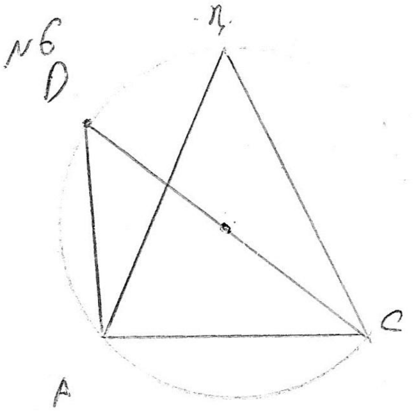
Математика

Площадка написания
Казанский национальный исследовательский технологический университет (Математика)

Шифр 84595 Класс 10

Вариант 21 Дата 19.02.2022

№6



Дано: $r=6$ см $AP=4\sqrt{6}$ CD - диаметр

$\triangle ABC$ - правильный

Найти: $V_{\text{призмы}}$

Решение: Рассм $\triangle DAC$

1) $\angle A=90^\circ$ (т.к. впис. угол опирается на диаметр)

В $\triangle DAC$ $AP=4\sqrt{6}$ $CD=12$

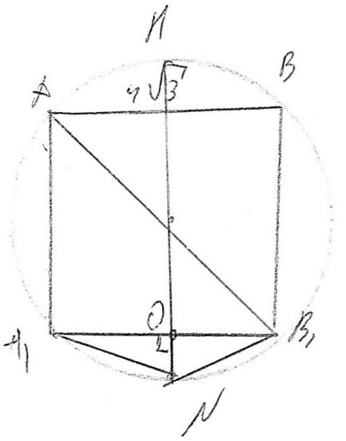
Найдем AC: $AC^2=144-16\cdot 6=144-96=48$

$AC=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

Найдем S_{ABC}

~~$S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4$~~ $S_{ABC}=\frac{1}{2}ab\sin\gamma$

$S=\frac{1}{2}\cdot 4\sqrt{3}\cdot 4\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{16\cdot 3\cdot\sqrt{3}}{4}=12\sqrt{3}$



~~2) AB_1 - диаметр $AB_1=12$ см Выразим BB_1~~

~~$BB_1^2=144-4\cdot 4\cdot 3=144-48=96$~~

~~$BB_1=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$~~

~~3) $V=S\cdot h$~~

2) HN - диаметр Рассм $\triangle A_1NB_1$ ~~$\angle N$~~$=120^\circ$

$NH\cap A_1B_1=O$ | $\triangle A_1NB_1$ равнобед (NO, медиана, высота)

$\angle N=120^\circ$; $\triangle A_1ON$ $\angle ONA_1=60^\circ$

$A_1N=AO:\sin 60^\circ$ $A_1N=2\sqrt{3}:\frac{\sqrt{3}}{2}=4$ $\Rightarrow$

$ON=\sqrt{16-12}=2$ $\Rightarrow$ $AA_1=NH-4=8$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow V_{\text{призмы}}=8\cdot 12\sqrt{3}=96\sqrt{3}$

Ответ: $96\sqrt{3}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Казанский национальный исследовательский технологический университет (Математика)

Шифр 84595 Класс 10

Вариант 21 Дата 19.02.2022

№4

Дано: AB =100см

отр ~~оо~~≥25 см

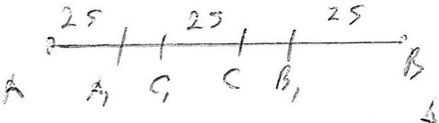
Найти: вероятность использования

Решение:

Предположим, что получ. 3 отрезка труб можно использовать ⇒ Начальную трубу можно разделить на части,

~~Перв~~ Первые 2 части – отрезки лет. по „краям" трубы и от. 3 части – один длин ≥25 см и 2 ~~отр~~ остатка, которые могут отнести к начальным трубам.

Из условия следует, что „излишки" труб в сумме не дадут больше 25 см, т.е. труба должна дорж. в след условиях:

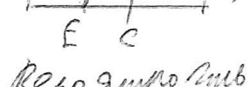


~~Пер~~ Где AA_1; BB_1; CC_1 отрезки по 25см

$A_1C_1 + CB_1 = 25$

Вероятность попадания в этих местах $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

(Такая же в случае если 2 отрезка трубы по 25 см ~~[illegible]~~ и один >25см т.е.



AE = EC = 25 E; C – точные места) ⇒

⇒ Вероятность использования получ. частей в кач-ве отводов равна $\frac{1}{4}$

Ответ: $\frac{1}{4}$

№5

a - кол-во ~~пакетов~~ акций в Одннефти

b - кол-во ~~пакетов~~ акций в Дванефти

c - кол-во ~~пакетов~~ акций в Тринефти

$a+b=c$

x - цена пакета акций в Одннефти

y - цена пакета в Дванефти

z - цена пакета в Тринефти

$x=4y$

$x+y=z$

$4y+4y=z$ $z=5y$ тогда все ст: $10y$

$\frac{x}{a}$ - цена акции в 1нефти $\frac{z}{c}$ - цена акции в Тринефти

$\frac{y}{b}$ - цена акции в Два нефти

$42 \le \frac{z}{c} \le 60$

$16 \le \frac{x}{a} - \frac{y}{b} \le \cancel{16}\ 20$

Пусть $\frac{z}{6} = 60$ т.р. $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 16$ тогда

$60 = 5y$ $y=12$ все ст: 120 т.руб $\Rightarrow \frac{12}{120} \cdot 100\% = 10\%$ цены всех акций

Пусть $\frac{z}{c} = 42$ т.р. $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 20$ т.р.

$42 = 5 \cdot y$

$y = 8,4 \Rightarrow$ доля 10%