



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский Государственный
электротехнический Университет "ЛЭТИ"

Шифр 98319 Класс 10

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0	1	5				0		

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

2	0	двадцать				Имовнар			
---	---	----------	--	--	--	---------	--	--	--

Задача 1

$$x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} = 0 \quad (1)$$

$$\sqrt{2021} = a, \quad a > 0$$

$$x^3 = t$$

$$(1) \Leftrightarrow t^3 - (a^2 + 1)t + a = 0$$

$$t^3 - a^2t - t + a = 0$$

$$a^2t - a + t - t^3 = a^2t - a + t(1 - t^2) = 0$$

Решим квадратное уравнение относительно a

$$D = 1 - 4t^2(1 - t^2) = 1 - 4t^2 + 4t^4 = (2t^2 - 1)^2$$

$$a_{1,2} = \frac{1 \pm (2t^2 - 1)}{2t} = \begin{cases} t & (1) \\ \frac{1-t^2}{t} & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad t = a$$

$$x^3 = \sqrt{2021} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{2021}$$

$$\frac{1-t^2}{t} = a$$

$$1-t^2 = at \Leftrightarrow t^2 + at - 1 = 0$$

$$D = a^2 + 4$$

$$t_{1,2} = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 + 4}}{2}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский Государственный
электротехнический Университет "ЛЭТИ"

Шифр

98319 Класс

10

Вариант

21

Дата

19.02.2022

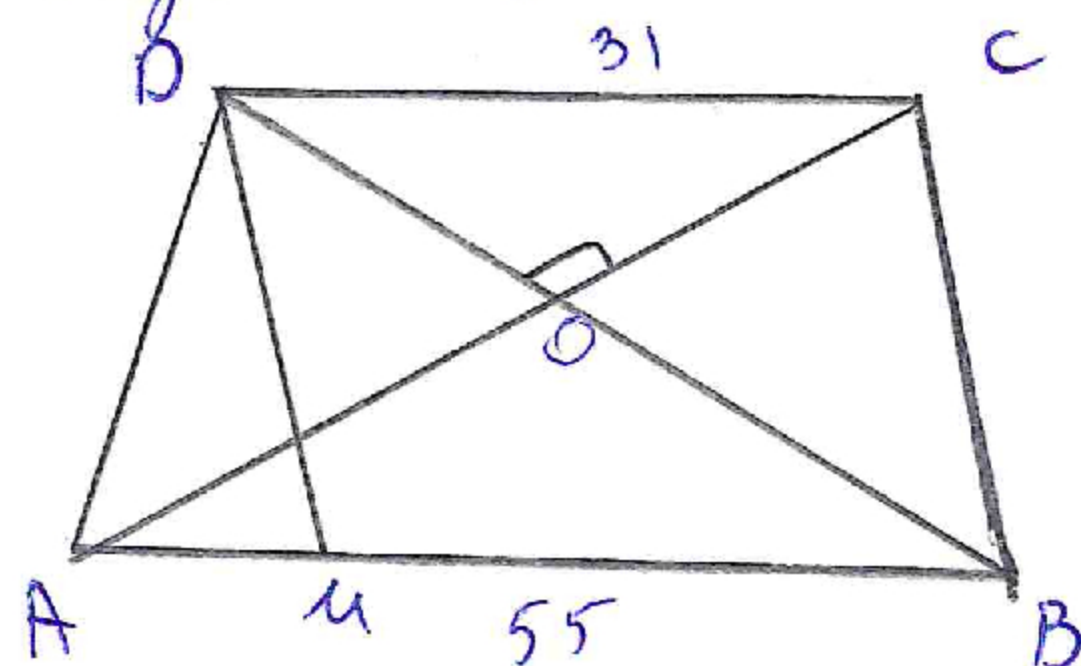


$$\begin{cases} x^3 = \frac{-\sqrt{2021} + \sqrt{2025}}{2} = \frac{45 - \sqrt{2021}}{2} \\ x^3 = \frac{-\sqrt{2021} - \sqrt{2025}}{2} = -\frac{45 + \sqrt{2021}}{2} \end{cases} \quad (\Rightarrow)$$

$$\begin{aligned} \text{Отв: } \Rightarrow x &= \sqrt[3]{\frac{45 - \sqrt{2021}}{2}} \\ x &= -\sqrt[3]{\frac{45 + \sqrt{2021}}{2}} \end{aligned}$$

$$\text{Отв: } x \in \left\{ \sqrt[6]{2021}; \sqrt[3]{\frac{45 - \sqrt{2021}}{2}}; -\sqrt[3]{\frac{45 + \sqrt{2021}}{2}} \right\}$$

Задание 3



$$AB = 55$$

$$CD = 31$$

$$AC \perp BD$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{BC} = ?$$

$$1) \quad \vec{AC} \cap \vec{BD} = \{O\}$$

2) Проведем $DM \parallel BC$ на отрезке AB

$$\begin{cases} DM = BC \\ DM \parallel BC \end{cases} \Rightarrow DMBC - \text{параллелограмм}$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{BC} = |\vec{AD}| \cdot |\vec{BC}| \cdot \cos(\angle AD, BC) = |\vec{AD}| \cdot |\vec{DM}| \cdot \cos(\angle AD, DM)$$

$$AM = AB - MB = 55 - 31 = 24$$

$$3) \begin{cases} AD^2 = AO^2 + DO^2 \\ DM^2 = CO^2 + OB^2 \end{cases} \Rightarrow AD^2 + DM^2 = (AO^2 + CO^2) + (DO^2 + OB^2) (*)$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

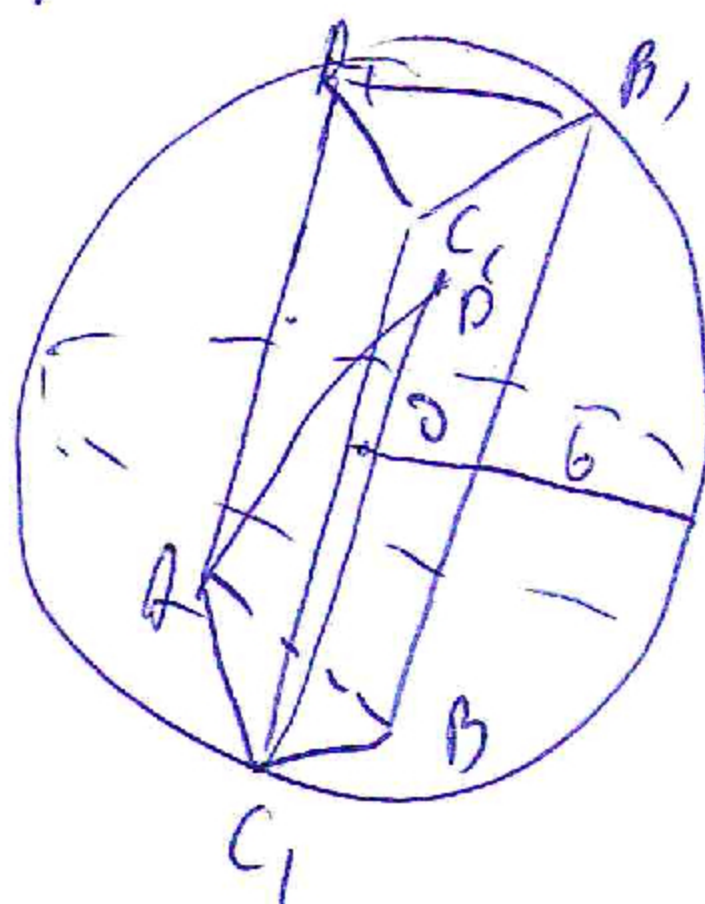
Санкт-Петербургский Государственный
электротехнический Университет "ЛЭТИ"

Шифр 98319 Класс 10

Вариант Дата 19.02.2022



Задача 6



$$AD = 4\sqrt{6}$$

$$r = 6$$

$$AD = 6$$

CD - диаметр

$r = ?$

1) П.к. призмы правильная, то центр сферы лежит в центре симметрии призмы

$$AC^2 = 144 - 16 \cdot 6 = 48$$

$$AC = 4\sqrt{3}$$

$$2) CC_1 =$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский Государственный
электротехнический Университет "ЛЭТИ"

Шифр

98319 Класс

10

Вариант

21

Дата

19.02.2022



4) $\triangle AOC \sim \triangle BOC$ ($\angle AOB = \angle BOC$ как вертикаль.
 $\angle ABO = \angle BOC$ как накрест. лежащие.)

$$\frac{AO}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{55}{31}$$

$$\begin{cases} AO = \frac{55}{31} OC \\ OB = \frac{55}{31} OD \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (*) & \left(\left(\frac{55}{31} OC \right)^2 + OC^2 \right) + \left(\left(\frac{55}{31} OD \right)^2 + OD^2 \right) = \left(\left(\frac{55}{31} \right)^2 + 1 \right) (OC^2 + OD^2) = \\ & = \left(\left(\frac{55}{31} \right)^2 + 1 \right) \cdot 31^2 = 55^2 + 31^2 = AD^2 + DM^2 \end{aligned}$$

5) $\triangle ADM$:

$$\begin{aligned} AM^2 &= AD^2 + DM^2 - 2AD \cdot DM \cdot \cos(\angle ADM) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow AD \cdot DM \cdot \cos(\angle ADM) &= \frac{AD^2 + DM^2 - AM^2}{2} = \frac{55^2 + 31^2 - 24^2}{2} = \\ &= \frac{55^2 + (31-24)(31+24)}{2} = \frac{55^2 + 7 \cdot 55}{2} = \frac{55(55+7)}{2} = \frac{55 \cdot 62}{2} = \\ &= 55 \cdot 31 = 1705 = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} \end{aligned}$$

Ответ: 1705 +

$$\begin{array}{r} 55 \\ \times 31 \\ \hline 165 \\ + 1650 \\ \hline 1705 \end{array}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский Государственный
электротехнический Университет "ЛЭТИ"

Шифр 98319 Класс 10

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Задача 2

$$f(x) + (0,5 + x) f(1-x) = 1 \quad \text{для } \forall x$$

$$f(x) = ?$$

$$f(x) + (0,5 + x) f(1-x) = 1$$

$$f(1-x) + (1,5 - x) f(x) = 1$$

$$f(x) + 0,5 f(1-x) + x f(1-x) = f(1-x) + 1,5 f(x) - x f(x)$$

$$-0,5 f(x) - 0,5 f(1-x) = -x f(1-x) - x f(x)$$

$$0,5(f(x) + f(1-x)) = x(f(1-x) + f(x)) \quad (\Rightarrow)$$

$$\Rightarrow x = 0,5$$

$$f(x) + f(1-x) = 0$$

Так из вариантов функции $f(x)$ это

$$f(x) = (x-0,5)^{2n+1} + (x-0,5)^{2k+1}, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (\text{группа не полная})$$

Ответ: $f(x) = (x-0,5)^{2n+1}, \quad n \in \mathbb{Z}$

$$f(x) = (x-0,5)^{2n+1} + (x-0,5)^{2k+1}, \quad n, k \in \mathbb{Z}$$