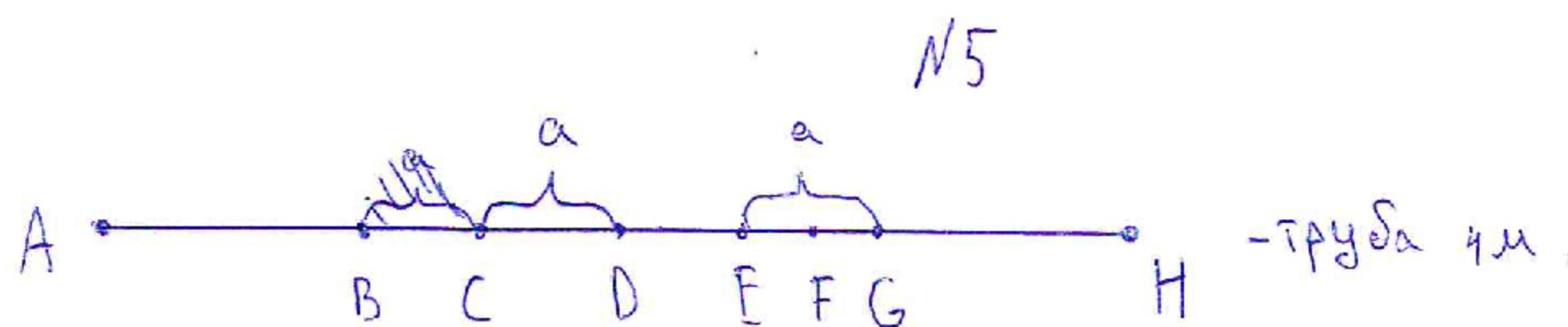
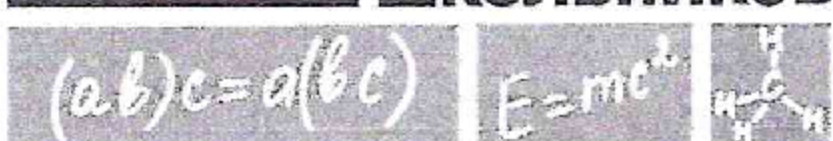




$$CE = AB = BD = DG = GH = 1\text{м}$$

C, F - места, где труба прорывалась. Равнина C всегда левее F.

Необходимо чтобы все 3 получившиеся трубы имели длину не менее метра.

Тогда нужно чтобы $AC \geq 1\text{м}$, $CF \geq 1\text{м}$, $FN \geq 1\text{м}$. Эти условия выполняются только тогда, когда $C \in BD$ и $F \in EG$.

Если $C \in AB$ ($C \neq B$), тогда $AC < 1\text{м}$. Если $C \in DH$ ($C \neq D$), тогда $CF + FN < 2\text{м}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} CF < 1\text{м} \\ FN < 1\text{м} \end{cases}$.

Если $F \in GH$ ($F \neq G$), то $FN < 1\text{м}$. Если $F \in CE$ ($F \neq E$), то $CF < 1\text{м}$.

P_C - вероятность $C \in BD$

P_F - вероятность $F \in EG$

$$P_C = \frac{BD}{AH} = \frac{1}{4}$$

$$P_F = \frac{EG}{CH} = \frac{a}{2+a}$$

Если рассматривать бесконечное количество благоприятных случаев, то в среднем т.С находится на середине BD $\Rightarrow a$ в среднем составляет $\frac{1}{2}\text{м}$.
 $P_C P_F = \frac{1}{4} \cdot \frac{a}{2+a} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\frac{1}{2}}{2+\frac{1}{2}} = \frac{1}{20}$ - вероятность выполнения всех необходимых условий.

Ответ: $\frac{1}{20}$



ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

Санкт-Петербургский Государственный электротехнический Университет "ЛЭТИ"

Шифр 90036 Класс 9

Вариант 32 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	5	1	0	1	5	2	0		

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

5	0	пятьдесят				Мовка			
---	---	-----------	--	--	--	-------	--	--	--

N1

$$x^9 - 22x^3 - \sqrt{21} = 0 \Leftrightarrow x^3(x^6 - 21) - (x^3 + \sqrt{21}) = 0 \Leftrightarrow x^3(x^3 - \sqrt{21})(x^3 + \sqrt{21}) - (x^3 + \sqrt{21}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x^3 + \sqrt{21})(x^3)^2 - \sqrt{21}x^3 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 + \sqrt{21} = 0 \\ x^6 - \sqrt{21}x^3 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt[3]{21} \\ x^3 = \frac{\sqrt{21} \pm \sqrt{\sqrt{21}^2 + 1 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt[3]{21} \\ x^3 = \frac{\sqrt{21} \pm \sqrt{25}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt[3]{21} \\ x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{21} \pm 5}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left\{ -\sqrt[3]{21}, \sqrt[3]{\frac{\sqrt{21} - 5}{2}}, \sqrt[3]{\frac{\sqrt{21} + 5}{2}} \right\}$$

Ответ: $\left\{ -\sqrt[3]{21}, \sqrt[3]{\frac{\sqrt{21} + 5}{2}}, \sqrt[3]{\frac{\sqrt{21} - 5}{2}} \right\}$ +

N2

$$S_1 = \frac{3}{4} - \frac{9}{16} + \frac{27}{64} - \frac{81}{256} + \dots = \frac{3}{4} - \frac{9}{16} + \frac{9}{16} \left(\frac{3}{4} - \frac{9}{16} + \frac{27}{64} - \dots \right) = \frac{3}{4} - \frac{9}{16} + \frac{9}{16} S_1 \Leftrightarrow$$

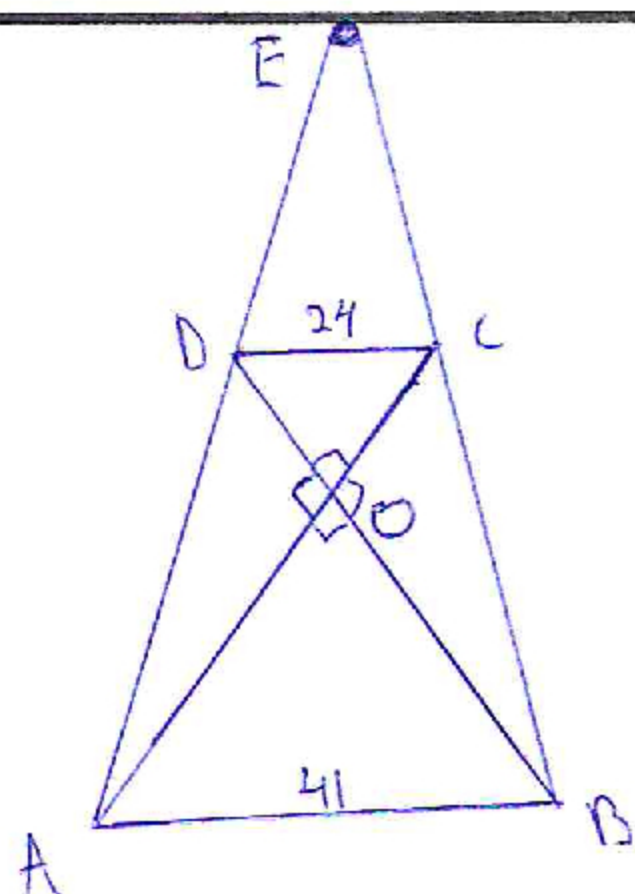
$$\Leftrightarrow 16S_1 = 12 - 9 + 9S_1 \Leftrightarrow S_1 = \frac{3}{7}$$

$$S_2 = \frac{2}{7} - \frac{4}{49} + \frac{8}{343} - \frac{16}{2401} + \dots = \frac{2}{7} - \frac{4}{49} + \frac{4}{49} \left(\frac{2}{7} - \frac{4}{49} + \frac{8}{343} - \dots \right) = \frac{2}{7} - \frac{4}{49} + \frac{4}{49} S_2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 49S_2 = 14 - 4 + 4S_2 \Leftrightarrow 45S_2 = 10 \Leftrightarrow S_2 = \frac{2}{9}$$

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{9}{16} + \frac{27}{64} - \frac{81}{256} + \dots \right) \left(\frac{2}{7} - \frac{4}{49} + \frac{8}{343} - \frac{16}{2401} + \dots \right) = S_1 \cdot S_2 = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{21}$$

Ответ: ~~2/21~~ Ответ: $\frac{2}{21}$ +



№3

E — точка

D — пересечение AD и BC

O — пересечение DB и AC

Дано:

$ABCD$ — трапеция

$AB = 41$

$DC = 24$

$AC \perp BD$

$(\vec{AD}, \vec{BC}) = ?$

$$(\vec{AD}, \vec{BC}) = |\vec{AD}| \cdot |\vec{BC}| \cdot \cos \angle(\vec{AD}, \vec{BC}) = AD \cdot BC \cdot \cos \angle E$$

По теореме косинусов: $AB^2 = AE^2 + EB^2 - 2 \cdot AE \cdot EB \cdot \cos \angle E$

$AB \parallel DC \Leftrightarrow \begin{cases} \angle EDC = \angle A \\ \angle ECD = \angle B \end{cases} \Leftrightarrow \triangle EDC \sim \triangle AEC \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{AE}{DE} = \frac{EB}{EC}$

$$\frac{AD + DE}{DE} = \frac{AB}{DC} \Leftrightarrow \frac{AD}{DE} = \frac{17}{24} \Leftrightarrow DE = \frac{17}{24} AD \Leftrightarrow AE = \frac{41}{24} AD \Leftrightarrow DE = \frac{24}{41} AD \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AE = \frac{24}{17} AD + AD = \frac{41}{17} AD$$

Аналогично $BE = \frac{41}{17} BC$

$$AB^2 = AE^2 + EB^2 - 2 \cdot AE \cdot EB \cdot \cos \angle E \Leftrightarrow AB^2 = \left(\frac{41}{17}\right)^2 AD^2 + \left(\frac{41}{17}\right)^2 BC^2 - 2 \cdot \left(\frac{41}{17}\right)^2 \cdot AD \cdot BC \cdot \cos \angle E$$

$$AD^2 + BC^2 = CO^2 + BO^2 + AO^2 + DO^2 = (DO^2 + CO^2) + (AO^2 + BO^2) = AB^2 + DC^2 = 41^2 + 24^2$$

$$AB^2 = 41^2 = \left(\frac{41}{17}\right)^2 (41^2 + 24^2) - 2 \cdot \left(\frac{41}{17}\right)^2 \cdot AD \cdot BC \cdot \cos \angle E \Leftrightarrow AD \cdot BC \cdot \cos \angle E = \frac{41^2 - \left(\frac{41}{17}\right)^2 (41^2 + 24^2)}{2 \cdot \left(\frac{41}{17}\right)^2} =$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{17}\right)^2 (41^2 + 24^2) - 1}{2 \cdot \left(\frac{1}{17}\right)^2} = \frac{17^2 \cdot \left(\frac{1}{17^2}\right) (41^2 + 24^2) - 17^2}{2} = \frac{41^2 + 24^2 - 17^2}{2} = \frac{1681 + 576 - 289}{2} =$$

$$= \frac{1968}{2} = 984$$

Ответ: 984

+



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский Государственный
электротехнический Университет "ЛЭТИ"

Шифр 90036 Класс 9

Вариант 32 Дата 19.02.2022



N4

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad f(x) - (x - \frac{1}{2})f(-x-1) = 1 \Rightarrow f(-x-1) - (-x - \frac{3}{2})f(x) = 1$$

$$\begin{cases} f(x) - (x - \frac{1}{2})f(-x-1) = 1 \\ f(-x-1) + (x + \frac{3}{2})f(x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(-x-1) = \frac{f(x)-1}{x-\frac{1}{2}} \\ f(-x-1) + (x + \frac{3}{2})f(x) = 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{sub}} \frac{f(x)-1}{x-\frac{1}{2}} + (x + \frac{3}{2})f(x) = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f(x) - 1 + (x + \frac{3}{2})(x - \frac{1}{2})f(x) = x - \frac{1}{2} \Leftrightarrow f(x)(x^2 + x - \frac{3}{4}) + f(x) = x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \frac{x + \frac{1}{2}}{x^2 + x + \frac{1}{4}} = \frac{2(2x+1)}{(2x+1)^2} = \frac{2}{2x+1}$$

$$f(x) = \frac{2}{2x+1}, x \neq -\frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2}:$$

$$f(x) - (x - \frac{1}{2})f(-x-1) = 1 \Leftrightarrow f(-\frac{1}{2}) - (-1) \cdot f(-\frac{1}{2}) = 1 \Leftrightarrow 2f(-\frac{1}{2}) = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{2x+1}, x \neq -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}, x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } f(x) = \begin{cases} \frac{2}{2x+1}, x \neq -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}, x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$