



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 96811 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
	5	3	1	5	0	0	3	0	

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

5	3	пятьдесят три							
---	---	---------------	--	--	--	--	--	--	--

$$\sqrt[3]{1} x^9 - 2022 x^3 - \sqrt{2021} = 0$$

$$x^9 - 2022 x^3 - x^3 - \sqrt{2021} = 0$$

$$x^3(x^6 - 2021) - (x^3 + \sqrt{2021}) = 0$$

$$x^3(x^3 - \sqrt{2021})(x^3 + \sqrt{2021}) - (x^3 + \sqrt{2021}) = 0$$

$$(x^3 + \sqrt{2021})(x^3(x^3 - \sqrt{2021}) - 1) = 0 \quad \checkmark$$

$$\begin{cases} x^3 = -\sqrt{2021} \\ x^6 - \sqrt{2021} x^3 - 1 = 0 \quad (*) \end{cases}$$

$$*) D = 2021 + 4 = 2025$$

$$x_{1,2}^3 = \frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2}$$

$$\begin{cases} x = -\sqrt[6]{2021} \\ x_{1,2} = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2}} \end{cases} \quad \checkmark$$

$$\text{Ответ: } -\sqrt[6]{2021}; \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2}} \quad \checkmark$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



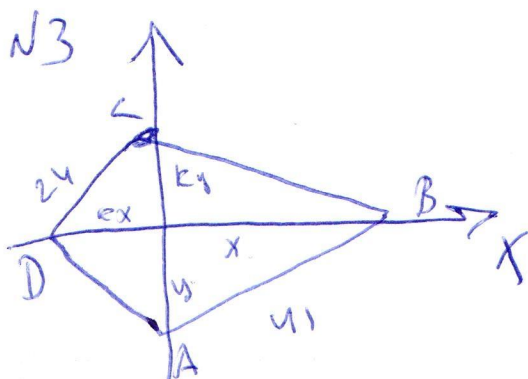
Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр	96811	Класс	11
------	-------	-------	----

Вариант 22 Дата 19.02.2022



Thyemo $|OB| = x$; $|AD| = y$

$$\Delta AOB \sim \Delta DOC \text{ (по двум углам и } \angle)$$

$$\frac{CO}{AO} = \frac{DO}{OB} = \frac{DC}{OB} = \frac{24}{41} = k \Rightarrow \checkmark$$

$VCO = ky$; $DO = kx$, maka

$$A(0; -y) \quad B(x; 0)$$
$$B(-k_x; 0) \quad (0; k_y)$$

$$V \Rightarrow \vec{AD} \cdot \vec{BC} = kx^2 + ky^2 = k(x^2 + y^2) = \frac{24}{41} \cdot 1681 = 984$$

Omben: 984 ✓

15



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$ $u = \frac{v}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 96811 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



№1 Пусть O_2 - центр сферы, описанной около $ABCA_1...$
сфера пересекает (ABC) по окружности с центром
в $m.O$, и $mn - (A, B, C)$, по сфер с центром
в $m.O_1$

OO_1 - ~~соедин.~~ соедин. центров $\triangle ABC$ и $\triangle A_1 B_1 C_1$
 $OO_2 = O_2 O_1$

Пусть $AB = BC = AC = x$ $AA_1 = y$, тогда $AK = \frac{y}{2}$
(из $\triangle AKL$ по т. Пифагора)

$$CK^2 = \left(\frac{y}{2}\right)^2 + x^2 \quad \triangle A_1 O_1 D - \text{равносторонн} \quad \checkmark$$

м.к. $A_1 O_1 = O_1 D$

$$\angle A_1 O_1 D = 60^\circ = 2 \cdot \angle A_1 C_1 D \quad (\angle A_1 C_1 D - \text{внешн}) \quad \checkmark$$

$$A_1 D = A_1 O_1 = \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{x\sqrt{3}}{3} \quad \text{радиус опис. окр.}$$

из $\triangle KA_1 D$ по т. Пифагора $DK^2 = \left(\frac{y}{2}\right)^2 + \left(\frac{x\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Rightarrow$
система

$$\left(\frac{y}{2}\right)^2 + x^2 = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

$$\checkmark \cdot x^2 - \frac{x^2}{3} = 12 - 8 \Rightarrow \frac{y^2}{4} = 6$$

$$\left(\frac{y}{2}\right)^2 + \left(\frac{x\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{2x^2}{3} = 4 \quad x^2 = 6 \quad y = 2\sqrt{6}$$

$$y = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \quad V_{\text{вып}} = S_{ABC} \cdot AA_1 \quad \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \cdot y = \frac{6\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{6}}{4} = 9\sqrt{2} \quad \checkmark$$

Стр. 9



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.



Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

Математика

Шифр 96811 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022

$$\sqrt{2} \quad f(x) - (x-0,5) f(-x-1) = 1 \quad \checkmark$$

$$f(-x-1) - (x-0,5) f(-1-(x-1)) = 1$$

$$f(-x-1) - (x-0,5) f(x) = 1 \quad ? \quad (3)$$

$$f(x) - (x-0,5) (1 + (x-0,5) - f(x)) = 1 \quad \text{3-я итерация}$$

$$f(x) - (x-0,5) - (x-0,5)^2 \cdot f(x) = 1$$

$$f(x) (1 - (x-0,5)^2) = 1 + (x-0,5)$$

$$f(x) = \frac{x+0,5}{1-(x-0,5)^2} \quad x \neq -0,5, \quad x \neq 1,5 \quad ?$$

$$f(1,5) = f(-1-1,5) = 1 \quad ?$$

$$f(1,5) = 1 + f(-2,5) = 1 + \frac{-2,5+0,5}{1-(-3)^2} = 1,25$$

$$f(-0,5) + f(0,5-1) = 1 \quad ?$$

$$2f(-0,5) = 1 \Rightarrow f(0,5) = \frac{1}{2}$$

$$x = -x-1$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$