



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$

Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 90487 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

Задача №1

$$x^3 - 2022x^3 + \sqrt{2021} = 0$$

Пусть $x^3 = m$ (замена - полностью равносильное преобразование), тогда $m^2 - 2022m + \sqrt{2021} = 0$

$$m_{1,2} = 1011 \pm \sqrt{1011^2 - \sqrt{2021}} \Rightarrow$$

$$x^3 = 1011 + \sqrt{1011^2 - \sqrt{2021}}$$

$$x^3 = 1011 - \sqrt{1011^2 - \sqrt{2021}} \Rightarrow$$

$$x = \sqrt[3]{1011 + \sqrt{1022121 - \sqrt{2021}}}$$

$$x = \sqrt[3]{1011 - \sqrt{1022121 - \sqrt{2021}}}$$

$$\begin{array}{r} 1011 \\ \times 1011 \\ \hline 1011 \\ 0000 \\ 1011 \\ \hline 1022121 \end{array}$$

$$(x^3)^2 = x^6$$

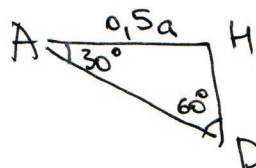
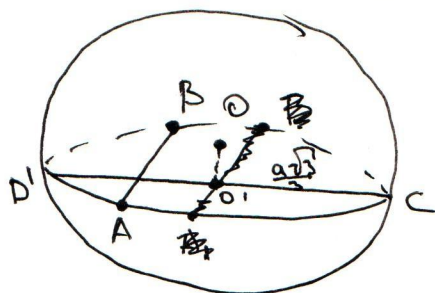
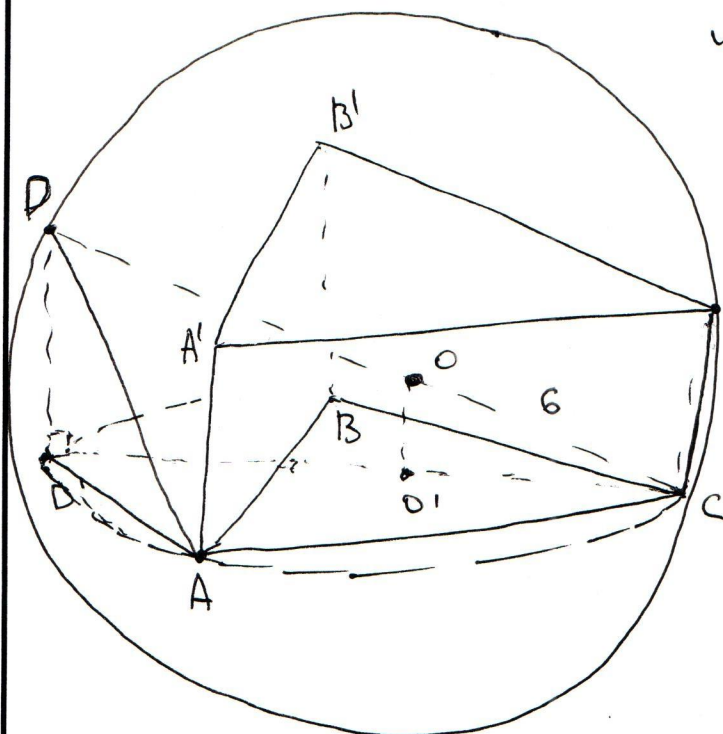
—

Ответ $\sqrt[3]{1011 - \sqrt{1022121 - \sqrt{2021}}}$;

$$\sqrt[3]{1011 + \sqrt{1022121 - \sqrt{2021}}}$$



Задача 16



$R=6$; Т.к. призма правильная, очевидно (в силу симметрии), что центр сферы будет в

Кризме, во проекции
на нижне основание
(ABC) будет $(\cdot)O'$ -
центр опис. окружн.
 $\triangle ABC$

These are $\neq$ x 4 pages

$$AD' \cdot \sin 60 = 0.5a$$

$$AD' \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} a \Rightarrow AD' = \frac{\sqrt{3}a}{3}$$

$$\Rightarrow AD^2 = \frac{a^2}{3}$$

30

Формула zone S_D через r опис. аш 2)

$$S = \frac{a^3}{4\sqrt{3}}; S = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow \frac{a^3}{4\sqrt{3}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow$$

$$\frac{a}{r} = \sqrt{3} \Rightarrow r = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Т.к. CD -диаметр $\Rightarrow CD = 12$ Вспомогательная $DD'C$:

$$a = \sqrt{48}$$

$$a^2 = 144 - 96 = 48$$

$$144 = (DD')^2 + \left(\frac{2\sqrt{3}a}{3}\right)^2 \Rightarrow (DD')^2 = 144 - \frac{4a^2}{3} \Rightarrow$$

$$B \triangle DD'A: 36 = 144 - \frac{4a^2}{3} + \frac{a^2}{3} \Rightarrow 36 = 144 - a^2 \Rightarrow$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 90487 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Р	А	Т	Задача ~ 5
x	y	x+y кол-во акций	
4k	k	5k цена (за пакет)	

~~$$4k \in [42; 60]$$~~

$$\frac{5k}{x+y} \in [42; 60]$$

~~$$4k - k \in [16; 20]$$~~

$$\frac{4k}{x} - \frac{k}{y} \in [16; 20] \rightarrow$$

Найти
 $\frac{y}{2x+y}$ min
max

$$\frac{y}{2(x+y)} = \frac{1}{2} \left(\frac{y}{x+y} \right) = f(x, y) \quad \checkmark \quad k \left(\frac{4y-x}{x+y} \right) \in [16; 20]$$

$$\frac{k}{x+y} \in \left[\frac{42}{5}; 12 \right]$$

Разделим:

$$\frac{k(4y-x)}{xy} = \frac{(4y-x)(x+y)}{xy} \in \left[\frac{16 \cdot 5}{42}; \frac{20}{12} \right]$$

$$\frac{4yx + 4y^2 - x^2 - xy}{xy} \in \left[\frac{40}{21}; \frac{5}{3} \right] \rightarrow$$

$$3 + \frac{4y^2 - x^2}{xy} \in \left[-\frac{23}{21}; -\frac{4}{3} \right]$$

5



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 90487 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

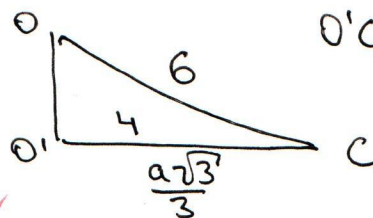
$$a = \sqrt{48} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 48 \cdot \sin 60 = 24 \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$$

Т.к. O в центре призмы (симметрия) $\Rightarrow$

$$AA' = 2OO' \quad B \sim CO'O :$$

$$(OO')^2 = 36 - 16 = 20$$

$$OO' = \sqrt{20} \Rightarrow AA' = 2\sqrt{20} \quad \checkmark$$



$$O'C = \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = 4$$

$$\Rightarrow V_{ABCA'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = 12\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{20} =$$

$$= 24\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{5} = 48\sqrt{15}$$

$$\text{Ответ } V = 48\sqrt{15} \quad \checkmark$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 90487 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



$$f(x) \left(-0,75 + \overset{0,25}{+} + \overset{-x}{-0,5x} + 1,5x + x^2 \right) = 0,5 - x$$

$$f(x) = \frac{0,5 - x}{x^2 - x + 0,25} = \dots \quad \text{при } x \neq \frac{1}{2}$$

↑
ответ.

?, при $x = \frac{1}{2}$.

8



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 90487 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Задача №2 $D(x) = (-\infty; +\infty)$

* $f(x) + (0,5+x) \cdot f(1-x) = 1$ Заметим, что при $x = -0,5$

$$\begin{aligned} f(-0,5) &= 1; \text{ при } x=0 : \begin{cases} f(0) + 0,5 f(1) = 1 \\ \text{при } x=1 : \begin{cases} f(1) + 1,5 f(0) = 1 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$f(0) + 0,5 f(1) = f(1) + 1,5 f(0) \Rightarrow -0,5 f(1) = 0,5 f(0) \Rightarrow$$

$$f(0) = -f(1). \text{ Подставим в систему: } -f(1) + 0,5 f(1) = 1 \Rightarrow -0,5 f(1) = 1 \Rightarrow f(1) = -2 \Rightarrow f(0) = 2$$

при $x = 0,5$: $f(0,5) + f(0,5) = 1 \Rightarrow f(0,5) = 0,5$

Анализ показал, что функция не симметрична.

~~$$f(x) + (0,5+x) \cdot f(1-x) = 1$$~~

$$f(1-x) + (0,5+1-x) \cdot f(1-1+x) = 1$$

** $f(1-x) + (1,5-x) \cdot f(x) = 1$

* $\Rightarrow f(x) = 1 - (0,5+x) \cdot f(1-x)$

** $\Rightarrow f(1-x) = 1 - (1,5-x) \cdot f(x)$

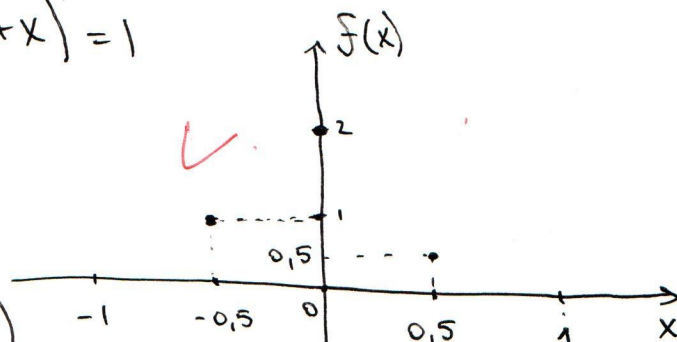
$$f(x) = 1 - (0,5+x) \cdot (1 - (1,5-x) \cdot f(x))$$

$$f(x) = 1 - (0,5+x) \cdot (1 - 1,5 f(x) + x \cdot f(x))$$

$$f(x) = 1 - (0,5 - 0,75 f(x) + 0,5 x \cdot f(x) + x - 1,5 f(x) \cdot x + x^2 \cdot f(x))$$

$$f(x) - 0,75 f(x) + 0,5 x \cdot f(x) - 1,5 f(x) \cdot x + x^2 \cdot f(x) = 1 - 0,5 - x$$

Стр. 4





$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 90487 Класс 11

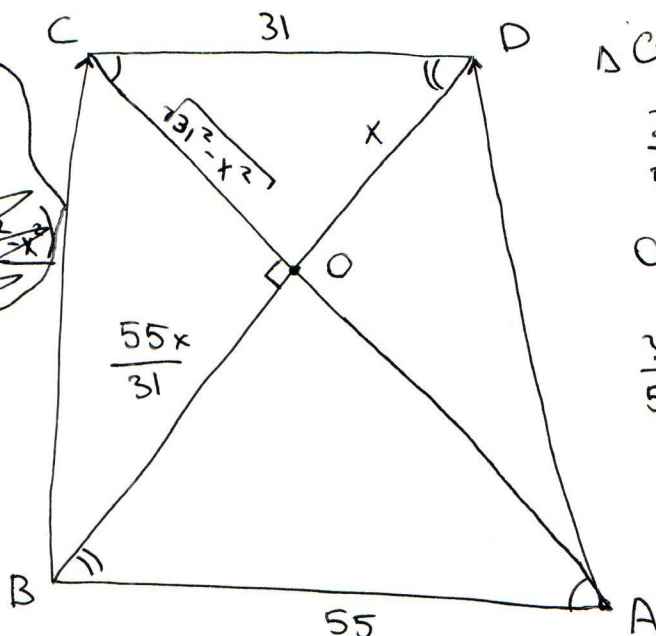
Вариант 21 Дата 19.02.2022



Задача №3
Найти $\vec{BC} \cdot \vec{AD}$

По Т. Пифагора
в $\triangle BOA$:

$$55^2 = \frac{55^2 x^2}{31^2} + \frac{55^2 (31-x)^2}{31^2}$$



Пусть $OD = x$, тогда
 $OC = \sqrt{31^2 - x^2}$

$$\triangle COD \sim \triangle AOB \Rightarrow$$

$$\frac{31}{55} = \frac{OD}{OB} = \frac{x}{OB} \Rightarrow$$

$$OB = \frac{x \cdot 55}{31}$$

$$\frac{31}{55} = \frac{\sqrt{31^2 - x^2}}{OA} \Rightarrow$$

$$OA = \frac{55 \sqrt{31^2 - x^2}}{31}$$