



Математика

Площадка написания

Шифр 92143 Класс 10

Вариант 22 Дата 19.02.2022

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Задача 2.

$$f(x) - (x - \frac{1}{2})f(-x-1) = 1 \quad (1)$$

Пусть $x = -t - 1$, тогда $f(-t-1) - (-t - \frac{3}{2})f(t) = 1$ Равенство (1) выполняем для
 место $x \Rightarrow$ оно должно выполняться для $x=t$. $f(t) - (t - \frac{1}{2})f(-t-1) = 1$. (3) Из (2) имеем:
 $f(-t-1) - (-t - \frac{3}{2})f(t) = 1 \Leftrightarrow f(-t-1) + (t + \frac{3}{2})f(t) = 1 \Leftrightarrow f(-t-1) = 1 - f(t)(t + \frac{3}{2})$ Подставим

$$(3). f(t) - (t - \frac{1}{2})(1 - f(t)(t + \frac{3}{2})) = f(t) - (t - \frac{1}{2} - f(t)(t^2 + \frac{3}{2}t) + \frac{1}{2}f(t)(t + \frac{3}{2})) =$$

$$= f(t) - (t - \frac{1}{2} + f(t)(-t^2 - \frac{3}{2}t + \frac{1}{2}t + \frac{3}{4})) = f(t) - t + \frac{1}{2} - f(t)(-t^2 - t + \frac{3}{4}) =$$

$$= f(t) - t + \frac{1}{2} + f(t)(t^2 + t - \frac{3}{4}) = f(t) \cdot (1 + t^2 + t - \frac{3}{4}) - t + \frac{1}{2} = f(t)(t^2 + t + \frac{1}{4}) - t + \frac{1}{2} = 1$$

$$\Leftrightarrow f(t) \cdot (t^2 + 2 \cdot t \cdot \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2) = t - \frac{1}{2} + 1 \Leftrightarrow f(t) \cdot (t + \frac{1}{2})^2 = t + \frac{1}{2} \quad \text{для } t \neq -\frac{1}{2}$$

$$f(t) = \frac{1}{t + \frac{1}{2}} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{x + \frac{1}{2}} \quad \text{но } D(f) \neq (-\infty; +\infty) \quad (11) \Rightarrow \text{таких функций нет}$$

Ответ: таких функций нет

5



Математика

Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 92143 Класс 10

Вариант 22 Дата 19.02.2022

Задание 4.

Пусть событие A — все три полученных кусочка можно использовать, тогда $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

Обозначим длины полученных кусочков за a, b, c , тогда $\bar{A}$ состоит из: $a \leq 1$ и $b \geq 1$ и $c \geq 1$;

$b \leq 1$, $c \geq 1$, $a \geq 1$; $c \leq 1$, $b \geq 1$, $a \geq 1$; $a \leq 1$, $b \leq 1$, $c \geq 1$; $b \leq 1$, $c \leq 1$, $a \geq 1$; $b \geq 1$, $a \leq 1$, $c \leq 1$. Каждый из этих случаев имеет вероятность $\frac{1}{4}$.

Итак, вероятность того, что хотя бы один из кусочков не подходит, равна $\frac{3}{4}$. Тогда вероятность того, что все три кусочка подходят, равна $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.

$$\begin{aligned}
 P(\bar{A}) &= \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = 3 \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \right) = \\
 &= 3 \left(\frac{9}{64} + \frac{3}{64} \right) = 3 \cdot \frac{12}{64} = 3 \cdot \frac{3}{16} = \frac{9}{16} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16}
 \end{aligned}$$

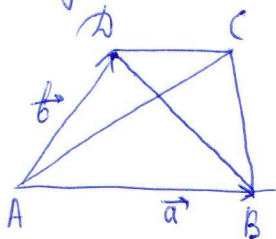
Ответ: $\frac{7}{16}$.



Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Задача 3.



I Если AD и BC диагонали, то, очевидно, $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ по свойству $\perp$ (по условию) векторов

II) Если AD и BC - боковые стороны. Пусть $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Тогда $\overrightarrow{DC} = \frac{24}{41}\vec{a}$ по пропорции вектора на число. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = -\vec{a} + \vec{b} + \frac{24}{41}\vec{a} = \vec{b} - \frac{17}{41}\vec{a}$. $\overrightarrow{AC} = \vec{b} + \frac{24}{41}\vec{a}$, $\overrightarrow{BD} = -\vec{a} + \vec{b}$

2) $AC \perp BD \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ по свойству $\perp$ векторов $\Rightarrow (\vec{b} + \frac{24}{41}\vec{a}) \cdot (-\vec{a} + \vec{b}) = -\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 - \frac{24}{41}|\vec{a}|^2 + \frac{24}{41}\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{17}{41}\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 - \frac{24}{41}|\vec{a}|^2 = 0 \Leftrightarrow |\vec{b}|^2 - \frac{17}{41}\vec{a} \cdot \vec{b} = 24 \cdot 41$

3) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \vec{b} \cdot (\vec{b} - \frac{17}{41}\vec{a}) = |\vec{b}|^2 - \frac{17}{41}\vec{a} \cdot \vec{b} = 24 \cdot 41 = 984$

15

Ответ: $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 24 \cdot 41 = 984$.

Задача 5.

Пусть акции Развертн стои x , Акшерн y , тогда акции Тришерн - $x+y$. Пусть цена 1й акции Развертн - a_1 , тогда цена 1й акции Тришерн - a_2+z , где $z \in [10000; 18000]$ рублей, цена 1й акции Тришерн - $a_3 \in [18000; 42000]$. По условию, $3ya_2 = x(a_2+z)$ $x(a_2+z) + ya_2 = (x+y)a_3$. Процент нашей

Акшерн: $\frac{y}{x(x+y)} \cdot 100\%$

$a_2(3y-x) = zx$ $4ya_2 = (x+y)a_3$

$18000x \geq a_2(3y-x) \geq 10000x$

$42000(x+y) \geq 4ya_2 \geq (x+y)18000 \geq a_2(3y-x) + 18000y \Rightarrow$

$\Rightarrow 4ya_2 \geq 3ya_2 + 18000y - xa_2 \Leftrightarrow a_2(x+y) \geq 18000y$

$42000(x+y) \geq 4ya_2 \Rightarrow ya_2 \leq 10500(x+y)$

$\Rightarrow 10500x + 10500y + a_2x \geq a_2x + a_2y \geq 18000y \Leftrightarrow 7500y \leq x(10500 + a_2)$

5 нет решения



Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 92143 Класс 10

Вариант 22 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	5	1	5	0	5	0			

Оценка цифрами	Оценка прописью	Подпись
30	тридцать	

Задача 1.

$$x^3 - 2022x^3 - \sqrt{2021} = 0 \text{ Пусть } x^3 = a, \sqrt{2021} = b \ a \neq 0 \ (a \text{ и корни } 0-0-\sqrt{2021} \neq 0)$$

$$a^3 - (b^2 + 1)a - b = 0 \Leftrightarrow (b^2 + 1)a + b - a^3 = 0 \Leftrightarrow ab^2 + b + (a - a^3) = 0 \text{ Решим это уравнение относительно } b.$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4a^2 + 4a^4}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{4a^4 - 4a^2 + 1}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{(2a^2 - 1)^2}}{2a} \quad \checkmark$$

$$\cancel{b = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4a^2 + 4a^4}}{2a}}$$

$$b = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4a^2 + 4a^4}}{2a} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{-1 + 2a^2 - 1}{2a} \\ b = \frac{-1 - 2a^2 + 1}{2a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = a - \frac{1}{a} \\ b = -a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - ab - 1 = 0 \\ a = -b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{b \pm \sqrt{b^2 + 4}}{2} \\ a = -b \end{cases} \quad \textcircled{1} \quad \checkmark$$

Решим $\textcircled{1}$.

$$x^3 = \frac{\sqrt{2021} \pm \sqrt{2025}}{2} = \frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2}}$$

Решим $\textcircled{2}$.

$$x^3 = -\sqrt{2021} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{-\sqrt{2021}} = -\sqrt[3]{\sqrt{2021}} = -\sqrt[6]{2021} \quad \checkmark$$

$$\text{Ответ: } \left\{ -\sqrt[6]{2021}; \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}; \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} - 45}{2}} \right\} \quad \checkmark$$