



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 99808 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022

N2

$$f(x) - (x-0,5)f(-x-1) = 1$$

8

Если $x \in (-\infty; +\infty)$, то и $(-x-1) \in (-\infty; +\infty)$, а из этого следует, что и $f(-x-1) - (-x-1-0,5)f(-(-x-1)-1) = 1$ выполняется.

$$f(-x-1) + (x+\frac{3}{2})f(x) = 1 \Rightarrow f(-x-1) = 1 - (x+\frac{3}{2})f(x)$$

$$f(x) - (x-0,5) \cdot (1 - (x+\frac{3}{2})f(x)) = 1 \Rightarrow f(x) - (x - \frac{1}{2} - (x^2 - \frac{3}{4})f(x)) = 1$$

$$f(x) \cdot (1 + x^2 - x - \frac{3}{4}) = 1 + x - \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) \cdot (x^2 - x + \frac{1}{4}) = x + \frac{1}{2}$$

$$f(x) \cdot (x - \frac{1}{2})^2 = x + \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{x + \frac{1}{2}}{(x - \frac{1}{2})^2} \quad \text{Ответ: } f(x) = \frac{x + \frac{1}{2}}{(x - \frac{1}{2})^2}$$

N4

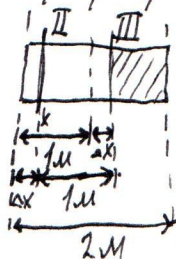
По условию все 3 получившиеся части должны быть > 1 м, следовательно, если мысленно разделить четырёхметровую трубу на 4 части по 1 м, то места разреза не ~~могут~~ должны находиться в 1-й и 4-й частях, т.к. они крайние, а расстояние до края меньше 1 м.



Поэтому оба места разреза находятся

во 2-й и 3-й частях (причём в различных). Вероятность этого:

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}. \quad \text{Но! Расстояние между ними должно быть } > 1 \text{ м.}$$



Допустим, что разрез находится в точке x (на расстоянии x от левого края 2-й части трубы), тогда другой разрез ~~может~~ находится на расстоянии x от первого, т.е. в заштрихованной на рисунке области. продолжение на след. стр.



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 99808 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

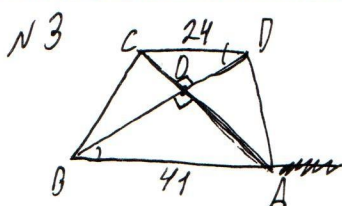
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	8	1	5	2	0	0	3	0	

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

7	3	семьдесят три				Кеус			
---	---	---------------	--	--	--	------	--	--	--



Пусть O - точка пересечения диагоналей трапеции, тогда:

$$\vec{AD} = \vec{AO} + \vec{OD}$$

$$\vec{BC} = \vec{BO} + \vec{OC}$$

Диагонали взаимно перпендикулярны $\Rightarrow \vec{AO} \cdot \vec{BO} = |\vec{AO}| \cdot |\vec{BO}| \cdot \cos 90^\circ = 0$

$AB \parallel CD \Rightarrow \angle ABD = \angle ODC$

$\angle AOB = \angle COD \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle COD \Rightarrow \frac{AO}{OC} = \frac{41}{24} = \frac{BO}{OD}$

$$\vec{AD} \cdot \vec{BC} = (\vec{AO} + \vec{OD}) \cdot (\vec{BO} + \vec{OC}) = \vec{AO} \cdot \vec{BO} + \vec{AO} \cdot \vec{OC} + \vec{OD} \cdot \vec{BO} + \vec{OD} \cdot \vec{OC} =$$

$$= \vec{AO} \cdot \vec{OC} + \vec{OD} \cdot \vec{BO} = -|\vec{OA}| \cdot |\vec{OC}| \cdot \cos 180^\circ - |\vec{OD}| \cdot |\vec{OB}| \cdot \cos 180^\circ =$$

$$= AO \cdot OC + BO \cdot OD = \frac{41}{24} OC^2 + \frac{41}{24} OD^2 = \frac{41}{24} (OC^2 + OD^2) = \frac{41}{24} \cdot 24^2 = 41 \cdot 24 = 984$$

$$\frac{AO}{OC} = \frac{41}{24} \Rightarrow AO = \frac{41}{24} \cdot OC$$

$$\frac{BO}{OD} = \frac{41}{24} \Rightarrow BO = \frac{41}{24} \cdot OD$$

$$\angle COD = 90^\circ$$

$$\Rightarrow OC^2 + OD^2 = 24^2$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ \cdot 24 \\ \hline 164 \\ + 82 \\ \hline 984 \end{array}$$

984

Ответ: 984



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 99808 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



№5 Пусть a, b, c кол-во акций в пакете Разнерти, Дванерти и Тривнерти соответственно, а x, y, z стоимости тех же компаний в том же порядке.

$$\begin{cases} a+b=c \\ a \cdot x = 3 \cdot b \cdot y \\ ax + by = c \cdot z \\ 18 > x - y > 10 \\ 42 > z > 18 \end{cases} \Rightarrow 3by + by = cz \Rightarrow cz = 4by = \frac{ax}{3} \cdot 4$$

Пакет акций 3-й компании
~~равен по стоимости~~ в 4 раза дороже
пакета акций 2-й компании.

$$\begin{cases} \frac{3 \cdot cz}{4 \cdot \frac{ax}{3}} = a \\ \frac{1}{4} \cdot \frac{cz}{y} = b \end{cases} \Rightarrow \frac{3 \cdot z}{4 \cdot x} + \frac{1 \cdot z}{4 \cdot y} = 1$$

Р.В.И.



Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 99808 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022

№4 (продолжение)

Заметим, что длина заштрихованной части равна $2m - (1m + \Delta x) = 1m - \Delta x$, т.е. вероятность $\frac{1m - \Delta x}{1m}$

Теперь ~~построим~~ график вероятности, зависящий от Δx



$$P(\Delta x) = \frac{1 - \Delta x}{1} = 1 - \Delta x \text{ — линейная функция}$$

Вероятность выполнения условия

20

расстояние между разрезами равна

$$\frac{\int_0^1 (1-x) dx}{1} = \frac{1 - \frac{1}{2}x^2 \Big|_0^1}{1} = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2}$$

$= \frac{1}{2}$. Теперь умножим на $\frac{1}{8}$ для нахождения итоговой

вероятности: $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{16}\right)$ Ответ: $\frac{1}{16}$

№6



$ABCA_1B_1C_1$ — правильная $\Rightarrow AB=BC=AC=a=A_1B_1=B_1C_1=C_1A_1$
 $AA_1=BB_1=CC_1=b$

$$CK = 2\sqrt{3} = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + a^2}$$

($AA_1 \perp (ABC)$ т.к. призма прямая, т.к. вписана в сферу)

$(ABC) \parallel (A_1B_1C_1)$

$\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$

~~Центр сферы лежит на середине~~

призмы, соединяющей центры окружностей, описанных около ΔABC и $\Delta A_1B_1C_1$ (т.к. эти окружности принадлежат сфере).

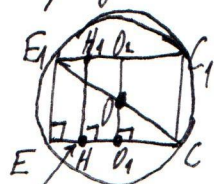
Т.к. ΔABC — правильный, то центр описанной окружности лежит в точке пересечения медиан (легко выводится из т. синусов и $\alpha = 60^\circ$).

Возьмем прямоугольник CC_1EE , ~~лежащий на~~ ^{всфере} который содержит диаметр.

продолжение на след. стр.



№6 (продолжение)



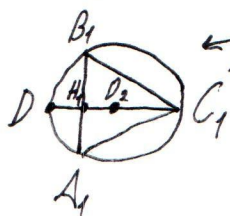
← разрез по плоскости, содержащей CC_1E_1E

$$\frac{CO_1}{CH} = \frac{3}{2} \text{ (т. пересеч. медиан)}$$

угол AA_1B_1B $\frac{CO_1}{CE} = \frac{1}{2}$ (O_1 - центр окружности ~~около~~ $\triangle ABC$)

Из этого следует, что $\frac{CO}{CE_1} = \frac{1}{2}$ (т.к. $\frac{OO_1}{EE_1} = \frac{1}{2}$ т.к. O середина AC)

Из условия следует, что $EE_1 = CC_1$, а также CE_1 - диаметр $\Rightarrow$
 $\Rightarrow E_1$ это точка $D \Rightarrow D$ лежит в плоскости $(A_1B_1C_1)$



← ~~плоскость~~ $A_1B_1C_1$

$$DH_1 = \frac{1}{3} C_1H_1 = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

$$H_1A_1 = \frac{a}{2}$$

$$\begin{cases} DK^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} + \frac{\sqrt{3}}{36} a^2 = 8 \\ CK^2 = \frac{b^2}{4} + \frac{a^2}{4} = 12 \end{cases} \quad \text{вычитаем из второго уравнения первое} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 - \frac{a^2}{4} - \frac{3a^2}{36} = 4 \Rightarrow a^2 \left(\frac{12}{12} - \frac{3}{12} - \frac{1}{12} \right) = 4 \Rightarrow a^2 = \frac{4}{\frac{8}{12}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6 \Rightarrow a = \sqrt{6} \Rightarrow \frac{b^2}{4} = 12 - 6 = 6 \Rightarrow b^2 = 24 \Rightarrow b = 2\sqrt{6}$$

$$V_{\text{призма}} = S_{ABC} \cdot b = \frac{a^2 \cdot \sin 60^\circ}{2} \cdot b = \frac{\sqrt{6}^2 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot 2\sqrt{6} = 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 9\sqrt{2}$$

Ответ: $V = 9\sqrt{2}$