

1. Используйте только **размеченные** стороны листов.
2. Заполните **номер варианта** и **номер страницы**
в поле внизу.

Математика

Шифр 100005 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	0	0	2	0	5	2	9		

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

5	9	пятьдесят девять				Кенс-			
---	---	------------------	--	--	--	-------	--	--	--

Задача 1. $x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} = 0$; Пусть $x^3 = t$. Тогда уравнение примет вид:

$$t^3 - 2022t + \sqrt{2021} = 0 \Leftrightarrow t^3 - 2021t - t + \sqrt{2021} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t(t^2 - 2021) - (t - \sqrt{2021}) = 0 \Leftrightarrow t(t - \sqrt{2021})(t + \sqrt{2021}) -$$

$$- (t - \sqrt{2021}) = 0 \Leftrightarrow (t - \sqrt{2021})(t^2 + t\sqrt{2021} - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t - \sqrt{2021} = 0 & (A) \\ t^2 + t\sqrt{2021} - 1 = 0 & (B) \end{cases}$$

(A) $x^3 = 2021^{\frac{1}{2}}$
 $x = \sqrt[6]{2021}$

(B) $t^2 + t\sqrt{2021} - 1 = 0$
 $\Delta = 2021 + 4 = 2025 = 45^2$

~~$x = \sqrt[6]{2021}$~~
 $t_1 = \frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}; \quad x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}}$

$t_2 = \frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}; \quad x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}}$

Ответ: $\sqrt[6]{2021}, \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} \pm 45}{2}}$



Задание 5

кол-во акций
в пакете

Цена акции:

I	II	III
x	y	$x+y$
a	b	c

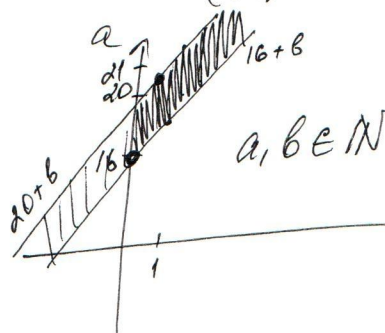
Найти: $\frac{y}{2(x+y)}$ max и min

$x, y, a, b, c \in \mathbb{N}$

По условию, $bx = \frac{ax}{4}$; $y = \frac{ax}{4b}$; $\frac{y}{x} = \frac{a}{4b}$

Тогда $\frac{ax}{4} + ax = \frac{5ax}{4} = c(x+y)$

$$\left(\frac{y}{x}\right)_{\max} = \left(\frac{a}{4b}\right)_{\max}; \begin{cases} a-b \geq 16 \\ a-b \leq 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 16+b \\ a \leq 20+b \end{cases}$$



Выберем $a_{\max}$ и $b_{\min}$:

$$a_{\min} = 16, b_{\min} = 1$$

Проверка: $42 \leq \frac{5 \cdot 16 \cdot 1}{4 \cdot 17} \leq 60$

Выберем $a_{\min}$ и $b_{\max}$:

$$a_{\min} = 16, b_{\max} = 1$$

$$a_{\min} = 17, b_{\max} = 1$$

$$17 \leq 20+b \Rightarrow b_{\max} = 1$$

$$\frac{a}{4b} = \frac{17}{4} = \frac{y}{x} \Rightarrow \frac{y}{2(x+y)} = \frac{17}{170}$$

1) Выберем $a_{\max}$ и $b_{\min}$:

$$a_{\max} = 33, b_{\min} = 1$$

$$a_{\max} = 33, b_{\min} = 1$$

Так как $a \leq \frac{48b}{b-12}$, то $b_{\min} = 13$

$$\begin{cases} a \geq 16+13 \\ a \leq 20+13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 29 \\ a \leq 33 \end{cases} \Rightarrow a_{\max} = 33;$$

$$\frac{a}{4b} = \frac{33}{52} = \frac{y}{x}; \frac{y}{2(x+y)} = \frac{33}{170}$$

2) Выберем $a_{\min}$ и $b_{\max}$:

$$a_{\min} = 16, b_{\max} = 1$$

$$1) \frac{5ab}{4b+a} \leq 60 \Leftrightarrow$$

$$\frac{ab}{4b+a} \leq 12 \Leftrightarrow$$

$$\frac{ab - 48b - 12a}{4b+a} < 0$$

$$\Leftrightarrow a(b-12) \leq 48b$$

$$\Leftrightarrow a \leq \frac{48b}{b-12}$$

$$2) \frac{5ab}{4b+a} \geq 42 \Leftrightarrow$$

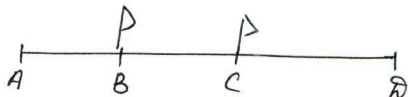
$$5ab - 168b - 42a \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a \geq \frac{168b}{5b-42}$$

Стр. 3



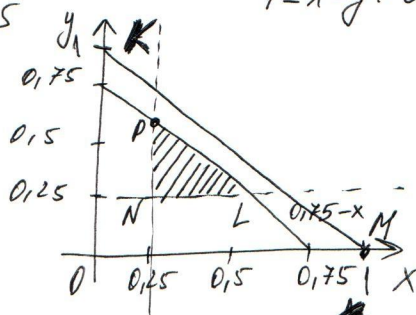
Задача 4.



$AD=1$; Пусть $AB=x$, $BC=y \Rightarrow CD=1-(x+y)$

Значит, $\begin{cases} x > 0,25 \\ y > 0,25 \\ 1-(x+y) > 0,25 \end{cases}$

Построим график:



$$1-x-y > 0,25 \Leftrightarrow y < 0,75-x$$

$$S_{\text{ком}} = 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(так как рисованная
может находиться в
любой из этих точек
длиной 1 см.)

$$S_{PNL} = \frac{PN \cdot NL}{2};$$

$$P(0,25; 0,5); N(0,25; 0,25); L(0,5; 0,25) \Rightarrow PN = 0,25; NL = 0,25$$

$$\text{Тогда } S_{PNL} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$$

$$\text{Итак, } P = \frac{S_{PNL}}{S_{\text{ком}}} = \frac{\frac{1}{32}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{16}$$

$$\text{Ответ: } P = \frac{1}{16}$$

20