ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 99147 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу. Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	3	5	0	3	0			

Оценка цифрами: 38 Оценка прописью: тридцать восемь Подпись: Кия -

продолжение к 6

5) $V_{ABCA_1B_1C_1} = S_{ABC} \cdot h = 12 \cdot \sqrt{3} \cdot 4\sqrt{5} =$

$= 48\sqrt{15}$

Ответ $V = 48\sqrt{15}$

к 5

пусть x, y и z - количество синих в Эстонии, Дванадии и Тринадии соотв

пусть X, Y и Z' - цена за пакет соотвеж компаний:

$$\begin{cases} x + y = z \\ X = 4Y \\ X + Y = Z' \Rightarrow 5Y = Z' \Rightarrow Y = \frac{Z'}{5} \end{cases}$$

$$X = \frac{4}{5} Z'$$

продолжение №5

$\frac{X}{x} > \frac{Y}{y}$ (на вес от 16 до 20 кг руб)

$42 < \frac{z'}{z} < 60$

1) случай max %:

$max = \frac{y}{x+y+z+a} - \frac{y}{2z} = \frac{Y}{y_{шт} \cdot 2 \cdot z'} \frac{z_{цена}}{} = ?$

$= \frac{z'}{y_{шт} \cdot 5 \cdot 2 \cdot z'} \frac{z_{цена}}{} = \frac{1}{10} \frac{z_{цена}}{y_{шт}}$

$\frac{X}{x} - \frac{Y}{y} = u$

$\frac{y}{5x} z' - \frac{z'}{5y} = u$

$\frac{y}{x} - \frac{1}{y} = 5u \Rightarrow y = \frac{x}{y - 5ux}$?

продолжение №4

б) (30; 25; 45) - 21 вар

:

26) (50; 25; 25) - 1 вар

просуммируем общее кол-во вариантов (сумма прогрессии)

$$\frac{(1+26)}{2} \cdot 26 = 27 \cdot 13 = 351$$

5

всего вариантов:

1) (1; 1; 98); (1; 2; 97); (1; 3; 96) ... - 98 вар

2) (2; 1; 97); (2; 2; 96); (2; 3; 95) ... - 97 вар

аналогично ...

:

98) (98; 1; 1) - вар

могут быть любые целые з-я!

просуммируем общее кол-во всевозможных вариантов:

$$\frac{(98+1)}{2} \cdot 98 = 99 \cdot 49$$

$$P = \frac{\text{кол-во благ вар}}{\text{кол-во всех вар}} = \frac{27 \cdot 13}{99 \cdot 49} = \frac{39}{539}$$

Ответ $P = \frac{39}{539}$ 1/16

Продолжение з 3

7) $\tau A(0; 0)$
$\tau D(12; \sqrt{1849})$
$\Rightarrow \vec{AD} = \{12; \sqrt{1849}\}$

$\tau B(55; 0)$
$\tau C(43; \sqrt{1849})$
$\Rightarrow \vec{BC} = \{-12; \sqrt{1849}\}$

$(\vec{AD} \times \vec{BC}) = 12 \cdot (-12) + \sqrt{1849} \cdot \sqrt{1849} = 1849 - 144 =$

$= \boxed{1705}$

Ответ 1705

№4

Благоприятные исходы ~~это~~ этого. Тои трубы:

1) (25; 25; 50), (25; 26; 49), (25; 27; 48) ... - всего 26 вар

2) (26; 25; 49), (26; 26; 48), (26; 27; 47) ... ? - 25 вар

3) (27; 25; 48) ... - 24 вар

4) (28; 25; 47) ... - 23 вар

5) (29; 25; 46) ... 22 вар

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 99147 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

№ 1

$x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} = 0$

пусть $x^3 = t$, тогда:

$t^2 - 2022t + \sqrt{2021} = 0$

$\frac{D}{4} = (1011)^2 - \sqrt{2021} = 1022121$

$t_{1,2} = 1011 \pm \sqrt{1022121 - \sqrt{2021}}$

$x_1^3 = 1011 + \sqrt{1022121 - \sqrt{2021}}$

$x_1 = \sqrt[3]{1011 + \sqrt{1022121 - \sqrt{2021}}}$

аналогично:

$x_2 = \sqrt[3]{1011 - \sqrt{1022121 - \sqrt{2021}}}$

Ответ. $\left\{ \sqrt[3]{1011 + \sqrt{1022121 - \sqrt{2021}}};\ \sqrt[3]{1011 - \sqrt{1022121 - \sqrt{2021}}} \right\}$

продолжение №6

4) $(A_1B_1C_1)$: $A_1C_2 = \frac{a}{2}$, $DC_2 = \frac{1}{3}$ медианы основания (из построения, следует из п.1) $\Rightarrow DC_2 = \frac{1}{3} \cdot a\frac{\sqrt{3}}{2} =$

$= \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot a$

5) по т Пифагора $\triangle A_1C_2D$: ($\perp$ к $C_1C_2 \perp A_1B_1$, ведь $A_1B_1C_1$ – правильный)

$A_1D = \sqrt{DC_2^2 + A_1C_2^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{3}{36}a^2} =$

$= \sqrt{\frac{3a^2 + a^2}{12}} = \sqrt{\frac{4a^2}{12}} = a\sqrt{\frac{4}{12}}_3 = \frac{a}{\sqrt{3}}$

6) Т.к. призма правильная, то боковое ребро $\perp$ плоскости основания. Из D опустим перпен DD_0, который падает на медиану $CC_3 \in ABC$.

$\begin{cases} AA_1 \parallel DD_0 \text{ (перпен одной пл-сти)} \\ A_1A = DD_0 \end{cases} \Rightarrow AA_1DD_0$ – прямоуг

$\Rightarrow A_1D = AD_0$ (по $\angle$-ву)

$\frac{a}{\sqrt{3}}$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

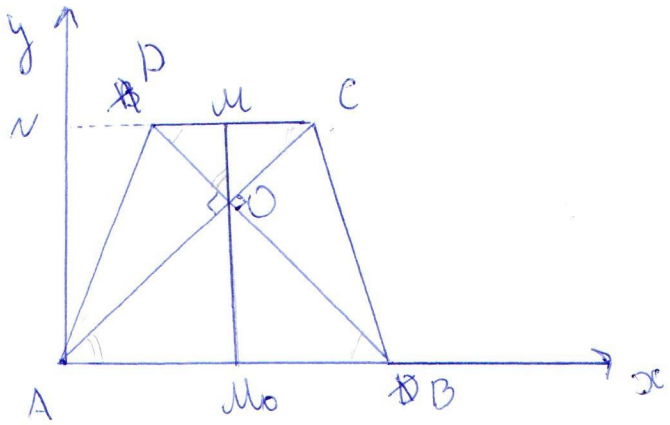
Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 99147 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

№3



1) Т.к в трапеции диагонали перпендикулярны ⇒ трапеция равнобокая (по св-ву трапеции) ? β нет! (3)

2) введем ПДСК, AD ∥ Ox, Oy ⊥ AD, т A (0,0,0)

3) (по св-ву трапеции (0 "3 "важных" точек, что середины оснований, точка пересечения и точка пересечения диагоналей сторон лежат на одной прямой). Т.к трапеция равнобокая, то BM = MC, AMo = MoD

$AMo = \frac{1}{2} AB = \frac{55}{2}$, $DM = \frac{1}{2} DC = \frac{31}{2}$

верно для произвольной

$AO = OB = \frac{55}{\sqrt{2}}$, $DO = OC = \frac{31}{\sqrt{2}}$?

4) по т Пифо в △ ADO: $AD = \sqrt{DO^2 + AO^2} = \sqrt{\frac{31^2}{2} + \frac{55^2}{2}} =$

5) $(DN \perp AN)$ $ND = AMo - DM = \frac{55}{2} - \frac{31}{2} = \frac{24}{2} = 12$

6) по т Пифо в △ AND:

$AN = \sqrt{(AD)^2 - ND^2} = \sqrt{\frac{31^2 + 55^2}{2} - 12^2} = \sqrt{1993 - 144} =$

$= \sqrt{1849}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

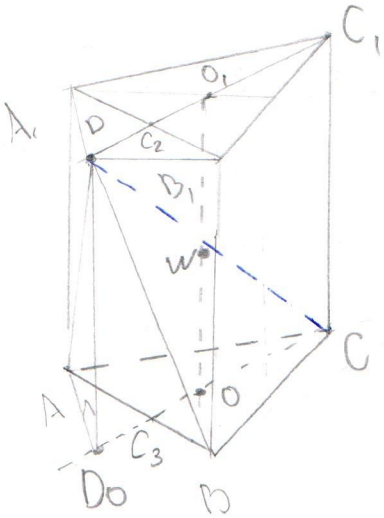
Математика

Площадка написания
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 99147 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

№6



30

1) пусть W - центр сферы; тогда WC - радиус
из равенства $\triangle WOC$ и DO_1W можно понять, что
т D лежит на продолжении медианы C_1C_2 $\triangle A_1B_1C_1$
(OO_1 - высота, проходящая через центр W, т к призма
правильная и O и O_1 - центры двух треугольников ABC
и $A_1B_1C_1$ соответ)

2) пусть сторона основания - a ($AB = a$)

$OC = \frac{2}{3} CC_3$ (CC_3 - медиана) $= \frac{2}{3} \cdot BC \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} a$

3) Π_0 т $\Pi_{ПЕР}$ в $\triangle WOC$:

$WO = \sqrt{WC^2 - OC^2} = \sqrt{36 - \frac{a^2}{3}}$

(h - высота призмы) $h = 2WO = 2\sqrt{36 - \frac{a^2}{3}}$

продолжение №6

7) из №6 следует, что $DD_0 \perp AD_0$ (ребро $\perp$ плоскости основания)

$\Rightarrow \triangle AD_0D$ - прямоуг

по т Пифо в этом $\triangle$:

$$AD^2 = AD_0^2 + DD_0^2$$

$$96 = \frac{a^2}{3} + 4\cdot\left(36 - \frac{a^2}{3}\right)$$

$$96 = \frac{a^2}{3} + 144 - \frac{4a^2}{3}$$

$$\frac{4a^2}{3} - \frac{a^2}{3} = 144 - 96$$

$$a^2 = 48 \Rightarrow a = 4\sqrt{3}$$

8) $S_{ABC} = a^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin 60^\circ = a^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$

$= 48 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$

$h = 2\sqrt{36 - \frac{a^2}{3}} = 2\sqrt{36 - \frac{48}{3}} =$

$= 2\sqrt{36-16} = 2\sqrt{20} = 4\sqrt{5}$