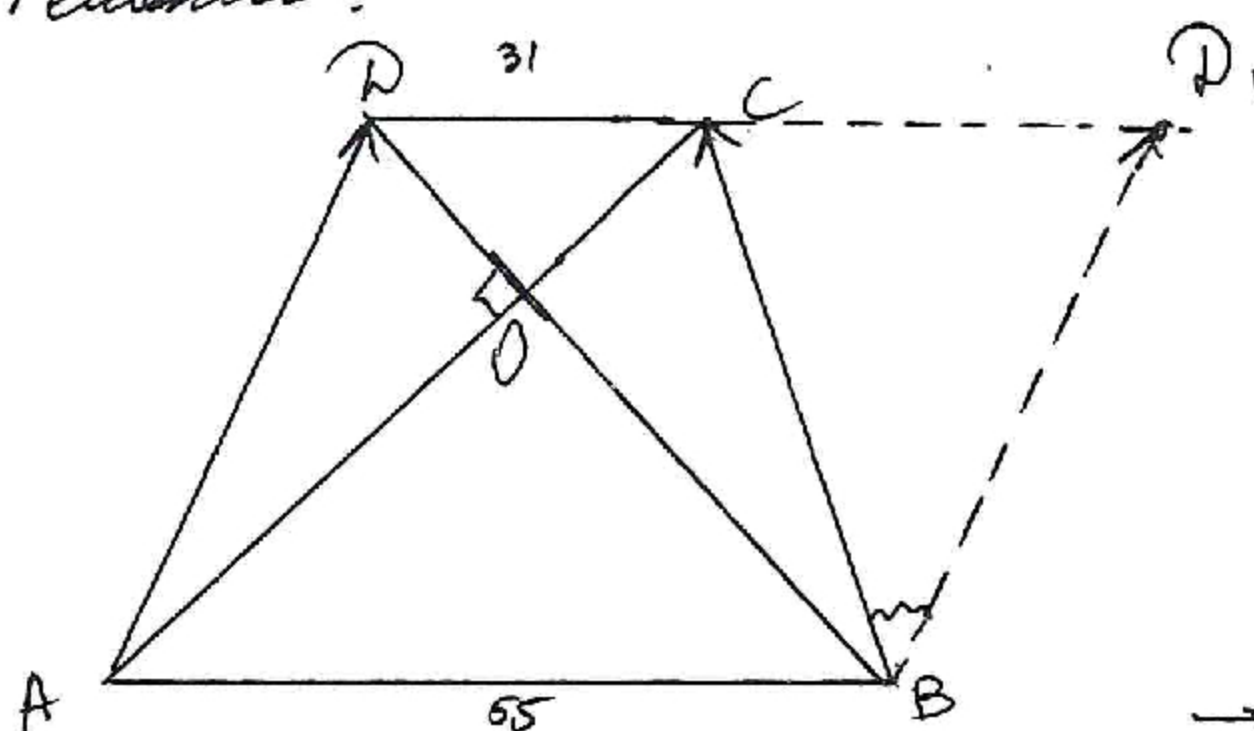




③ Дано:
 $AB = 55$
 $CD = 31$
 $\vec{AD} \cdot \vec{BC} = ?$

Решение:



Проверим $BD_1 \parallel AD$ и $\vec{BD_1} = \vec{AD}$.

Тогда $\vec{AD} \cdot \vec{BC} = |\vec{AD}| \cdot |\vec{BC}| \cdot \cos \angle CBD_1$, м.к.

$\angle CBD_1$ равен углу между $\vec{BC}$ и $\vec{BD_1}$, т.е. между $\vec{BC}$ и $\vec{AD}$.

Составим систему:

$$\begin{cases} OD^2 + OC^2 = DC^2 = 31^2 \\ AD^2 + OB^2 = AB^2 = 55^2, \text{ а} \end{cases}$$

$AO^2 = AD^2 - OD^2$ и $OB^2 = BC^2 - OC^2$. Подставим:

$$+ \begin{cases} OD^2 + OC^2 = 31^2 \\ AD^2 - OD^2 + BC^2 - OC^2 = 55^2 \end{cases}$$

$$AD^2 + BC^2 = 31^2 + 55^2$$

$$CD_1 = AB - CD = 55 - 31 = 24.$$

По теореме косинусов в $\triangle CBD_1$:

$$CD_1^2 = CB^2 + BD_1^2 - 2CB \cdot BD_1 \cdot \cos \angle CBD_1$$

$$\cos \angle CBD_1 = \frac{CB^2 + BD_1^2 - CD_1^2}{2CB \cdot BD_1} = \frac{CB^2 + AD^2 - CD_1^2}{2CB \cdot AD}$$

$$= \frac{31^2 + 55^2 - 24^2}{2CB \cdot AD} = \frac{3410}{2CB \cdot AD} = \frac{1705}{CB \cdot AD}$$

$$\text{Тогда } \vec{AD} \cdot \vec{BC} = AD \cdot BC \cdot \cos \angle CBD_1 = AD \cdot BC \cdot \frac{1705}{CB \cdot AD} = 1705.$$

Ответ: 1705.



$$2,25k^2 + 3kb + b^2 + 4k(0,5k + 9,5b - 1) \geq 0$$

$$2,25k^2 + 3kb + b^2 + 2k^2 + 2kb - 4k \geq 0$$

$$4,25k^2 + b^2 + 5kb - 4k \geq 0$$

Зн. эта ф-я подходит условию, если её коэффициенты удовлетворяют мер-ву:

$$4,25k^2 + b^2 + 5kb - 4k \geq 0$$

Далее возьмём ф-ю $f(x) = x^3$. Подставим

$$x^3 + (0,5+x)(1-x)^3 = 1$$

$$x^3 + (0,5+x)(1-3x+3x^2-x^3) = 1$$

$$x^3 + 0,5 + x - 1,5x - 3x^2 + 1,5x^2 + 3x^3 - 0,5x^3 - x^4 = 1$$

$$-x^4 + 3,5x^3 - 1,5x^2 - 0,5x - 0,5 = 0$$

$$x^4 - 3,5x^3 + 1,5x^2 + 0,5x + 0,5 = 0$$

Т.к. данная ф-я монотонна и принимает разные по знаку значения (в зависимости от x), то у этой ф-и ~~не~~ есть корни. Зн. и для всех других ф-й вида $ax^3 + bx^2 + cx + d \neq 0$, и для ф-й большей степени. Но т.к. по условию область определения ф-и от $-\infty$ до $+\infty$, то сама в самой ф-и x не можем стоять в знаменателе, или ф-я не может быть логарифмической.

Ответ: Для всех ф-й, кроме логарифмических и где x стоит в знаменателе, рав-во выполняется. Если ф-я вида $y = kx + b = f(x)$, то рав-во выполняется при условии: $4,25k^2 + b^2 + 5kb - 4k \geq 0$

5) Пусть N_p, N_d и N_t - кол-во акций соотв. фирм Рунерфин, Дванерти и Тринерфин. S_p, S_d и S_t - соотв. стоимости 1 акции в этих компаниях. По условию:

$$N_p + N_d = N_t$$

$$N_p S_p + S_d N_d = S_t N_t$$

$$S_d N_d = \frac{S_p N_p}{4}$$

$$S_p - S_d \text{ в районе } 16-20 \text{ тыс. руб.}$$

$$S_t \text{ от } 42 \text{ до } 60 \text{ тыс. руб.}$$

Нужно найти максимальный и минимальный проценты кол-ва акций компаний Дванерфин, т.е. надо найти:

$$\frac{N_d}{N_t + N_p + N_d} - ?\%$$



6) Дано:

$$r = 6$$

$$CD = d$$

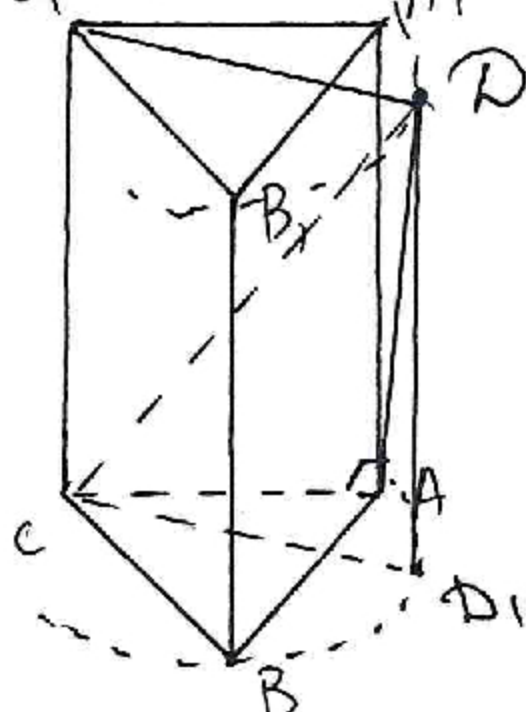
$$AD = 4\sqrt{6}$$

$$V = ? \text{ м}^3$$

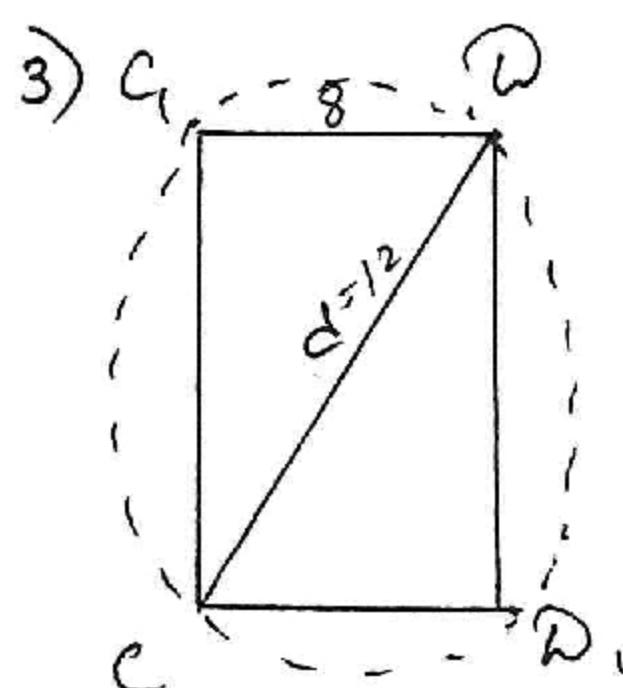
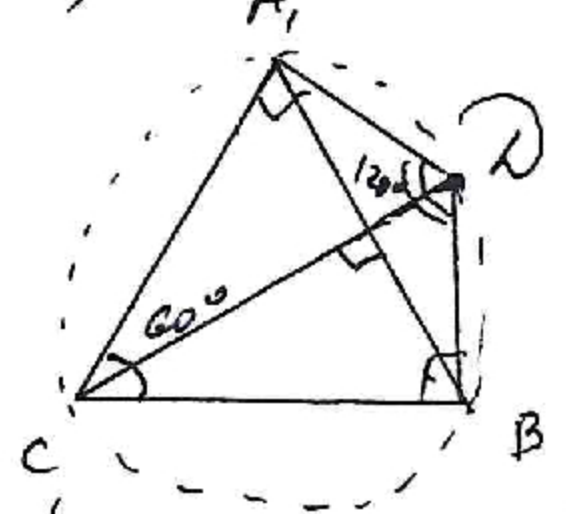
Решение:

Т.к. CD - диаметр, то $CD = d = 2r = 12$.

1) Сечение призмы:



2) Вид сверху на $A_1B_1C_1$:



Т.к. CD - диаметр, то угол, опирающийся на него равен 90° , т.е. $\angle DAC = 90^\circ$ и $\triangle ACD$ - прямоугольн., где $CD = 12$ и $AD = 4\sqrt{6}$. По теореме Пифагора: $AC = \sqrt{CD^2 - AD^2} = \sqrt{144 - 96} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$.

Т.к. призма правильная, то $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ и все их стороны равны $4\sqrt{3}$.

У рис. № 2: $\angle A_1C_1B_1 = 60^\circ$ (т.к. $\triangle ABC$ равносторонн.), $\angle C_1A_1D = \angle C_1B_1D = 90^\circ$, т.к. опираются на диаметр окружности, зн. $\angle A_1DB_1 = 120^\circ$. $A_1D = B_1D$, т.к. $\triangle A_1B_1C_1$ равносторонн. По теореме косинусов в $\triangle A_1B_1D$:

$$A_1B_1^2 = A_1D^2 + B_1D^2 - 2A_1DB_1D \cdot \cos \angle A_1DB_1$$

$$48 = 2A_1D^2 - 2A_1D^2 \cdot (-\frac{1}{2}) \Rightarrow 3A_1D^2 = 48 \Rightarrow A_1D = 4$$

$$\text{В } \triangle A_1DC_1 \text{ по Пифагору: } C_1D = \sqrt{A_1C_1^2 + A_1D^2} = \sqrt{48 + 16} = 8$$

$$\text{У рис. № 3 по Пифагору: } CC_1 = \sqrt{CD^2 - C_1D^2} = \sqrt{144 - 64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

Тогда объем призмы равен: $V = h S_{ABC}$, где h - высота призмы,

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC, \text{ а } h = CC_1$$

$$V = CC_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC = 4\sqrt{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 48\sqrt{15}$$

Ответ: $48\sqrt{15}$.



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения:

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	5	2	1	5	0	3	3	0	

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

5	5	пятнадцать					Ром			
---	---	------------	--	--	--	--	-----	--	--	--

①. $x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} = 0$
 $x^9 - 2021x^3 - x^3 + \sqrt{2021} = 0$
 $x^3(x^6 - 2021) - (x^3 - \sqrt{2021}) = 0$
 $x^3(x^3 - \sqrt{2021})(x^3 + \sqrt{2021}) - (x^3 - \sqrt{2021}) = 0$
 $(x^3 - \sqrt{2021})(x^3(x^3 + \sqrt{2021}) - 1) = 0$
 $x^3 - \sqrt{2021} = 0$ $x^3(x^3 + \sqrt{2021}) - 1 = 0$
 $x^3 = \sqrt{2021}$ $x^6 + \sqrt{2021}x^3 - 1 = 0$
 $x = \sqrt[6]{2021}$ $D = (\sqrt{2021})^2 + 4 \cdot 1 \cdot 1 = 2025 = 45^2$
 $x^3 = \frac{-\sqrt{2021} \pm \sqrt{2025}}{2} = \frac{-\sqrt{2021} \pm 45}{2}$
 $x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} \pm 45}{2}}$

Ответ: $x = \sqrt[6]{2021}$; $x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} \pm 45}{2}}$

② По условию $f(x) + (0,5+x)f(1-x) = 1$.
 Для примера возьмем ф-ию $f(x) = kx + b$ ← общий вид линейной ф-ии
 Подставим в формулу:

$$kx + b + (0,5+x)(k(1-x) + b) = 1$$

$$kx + b + (0,5+x)(k - kx + b) = 1$$

$$kx + b + 0,5k + kx - 0,5kx - kx^2 + 0,5b + bx = 1$$

$$-kx^2 + x(1,5k + b) + 0,5(k + b) = 1$$

$$kx^2 + x(1,5k + b) - (0,5(k + b) - 1) = 0$$

По условию решение должно быть, зн. $D \geq 0$
 $D = (1,5k + b)^2 + 4k(0,5(k + b) - 1) \geq 0$



Площадка написания

Санкт-Петербургский Государственный электротехнический Университет "ЛЭТИ"

Математика

Шифр 101230 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

$$\frac{N_D}{N_T + N_P + N_D} = \frac{N_D}{N_T + N_T} = \frac{N_D}{2N_T} - ?\%$$

По условию: $S_D N_D = \frac{S_P N_P}{4} \Rightarrow S_P N_P = 4 S_D N_D$

Тогда $S_P N_P + S_D N_D = S_T N_T$

$$4 S_D N_D + S_D N_D = S_T N_T$$

$$5 S_D N_D = S_T N_T$$

$$\cancel{S_D} \cdot \cancel{N_D} = \frac{S_T N_T}{5 \cancel{S_D}} \quad N_D = \frac{S_T N_T}{5 S_D}$$

Тогда $\frac{N_D}{2N_T} = \frac{S_T N_T}{5 S_D \cdot 2 N_T} = \frac{S_T}{10 S_D} - ?\%$

④ Дано: Решение:

$$v = 1 \text{ м}$$

$$x = 0,25 \text{ м} = 25 \text{ см}$$

$$c = ?$$

c - вероятность искомого равные

Если палочку поделить на 3 части, то как-

гда бы равнялась $\frac{v}{3} = \frac{1}{3}$

$x = 0,25 = \frac{1}{4}$. Тогда вероятности были бы:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

Ответ: $\frac{1}{12}$