



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

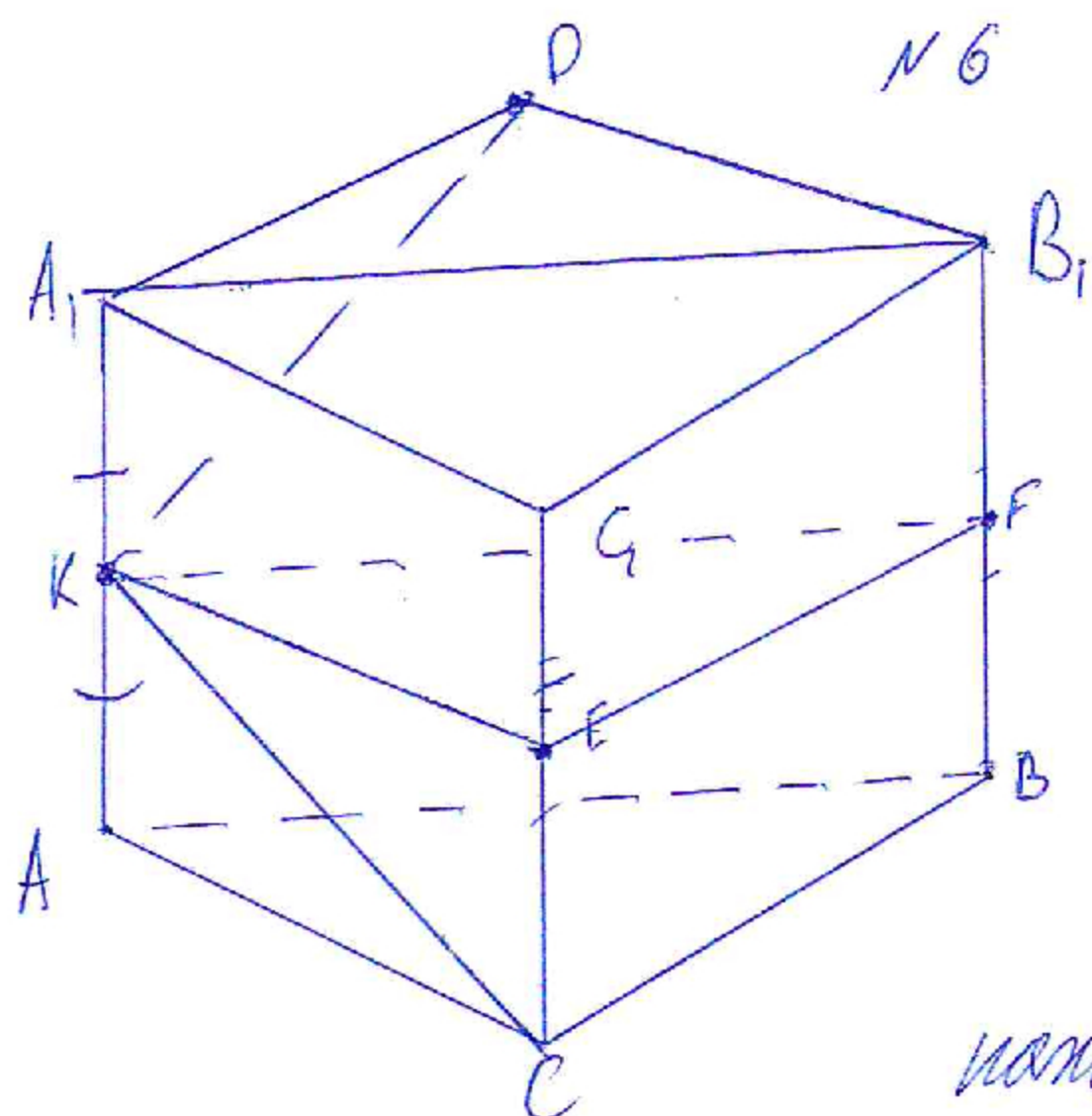
Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский Государственный
электротехнический Университет "ЛЭТИ"

Шифр 101297 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



Дано: ^{правильная} призма $ABC A_1 B_1 C_1$, вписанная
в сферу, K - сср $A_1 A$.
 $CK = 2\sqrt{3}$, $DK = 2\sqrt{2}$. CD - диаметр
сферы. $V_{ABC A_1 B_1 C_1} = ?$
Решение: докажем что D

находится в плоскости $A_1 B_1 C_1$, CD -
диаметр, т. D (середина диаметра) находится в плоскости KEF ,
где E и F середины сторон $C_1 C$ и $B_1 B$ соответственно. Значит
это высота от D до плоскости содержащей $A_1 B_1 C_1$ = высоте содержащей
т. C (плоскость плоскость ABC) высота от D до $ABC = KA$, значит
высота до $A_1 B_1 C_1$ равна высоте до плоскости содержащей $D = KA = KA_1$,
плоскость $A_1 B_1 C_1$ $\perp$ TK $\perp$ KA , т. A , т. B , т. C , и т. D , лежат
в одной плоскости и лежат на сфере, значит A, B, C, D
можно вписать в окружность, $\angle D = \angle C + 180 = 180 - 60 = 120^\circ$
 $C_1 D$ - проекция CD на $A_1 B_1 C_1$ и CD проходит через центр сферы,
а значит $C_1 D$ - диаметр сферы, а значит $C_1 D \perp AB$ и делит её пополам. (т. K A, B, C_1 - правильная Δ)
Значит $C_1 D$ проходит через высоту и $\perp$ AB и делит её пополам $\Delta A_1 D B_1$, значит
 $\Delta A_1 D B_1$ - равнобедренный ($A_1 D = D B_1$).

$$KA_1 = \sqrt{KD^2 - AD^2}$$

$$KA = \sqrt{KC^2 - AC^2}$$

$$\sqrt{KD^2 - AD^2} = \sqrt{KC^2 - AC^2}$$

$$8 - AD^2 = 12 - AC^2$$

$$AC^2 - AD^2 = 4 \Rightarrow AC = AD + 2$$

Стр. 2



Площадка написания

Санкт-Петербургский Государственный
электротехнический Университет "ЛЭТИ"

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 101297 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



$$A_1B_1^2 = A_1D^2 + DB_1^2 - 2 A_1D \cdot DB_1 \cdot \cos 120$$

$$AB = AC \quad DB_1 = A_1D$$

$$A_1D^2 + 4 = A_1D^2 + A_1D^2 + A_1D^2$$

$$2A_1D^2 = 4$$

$$A_1D = \sqrt{2}$$

$$A_1B_1^2 = A_1D^2 + DB_1^2 - 2 A_1D \cdot D \cdot B_1 \cdot \cos 120 = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$A_1B_1 = \sqrt{6}$$

$$A_1K_2 = \sqrt{DK^2 - A_1D^2} = \sqrt{8 - 2} = \sqrt{6}$$

$$AA_1 = 2A_1K = 2\sqrt{6}$$

Рассмотрим $\triangle A_1B_1C_1$

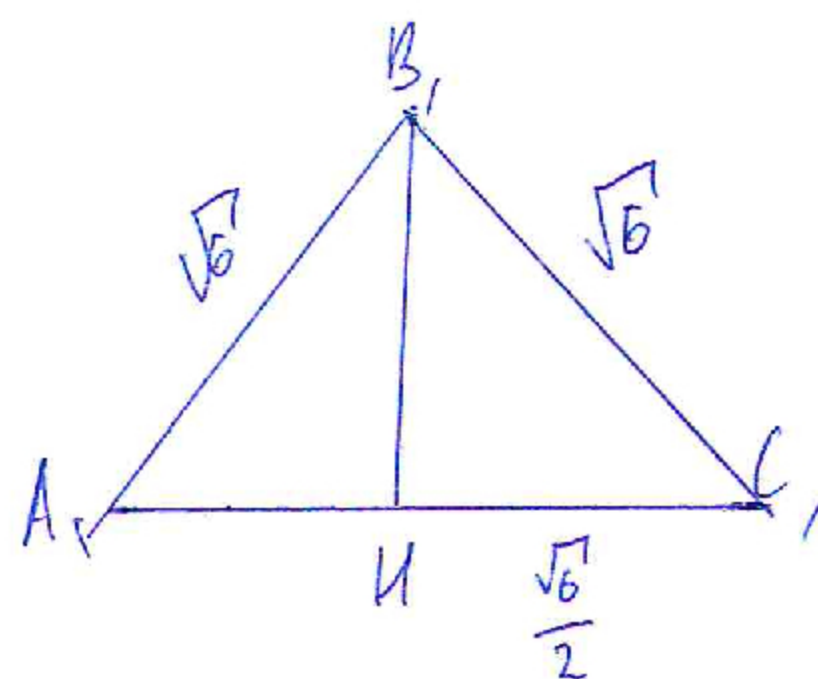
Найдем высоту равностороннего $\triangle A_1B_1C_1$

$$h = \sqrt{6 - \frac{6}{4}} = \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$S_{A_1B_1C_1} = \sqrt{6} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{12}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$V_{A_1B_1C_1ABC} = AA_1 \cdot S = 2\sqrt{6} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{18} = 9\sqrt{2}$$

Ответ: $9\sqrt{2}$





ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский Государственный
электротехнический Университет "ЛЭТИ"

Шифр 101297 Класс 11

Вариант 22 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	5					3	0		

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

	3	5	тридцать пять				ВМФ		
--	---	---	---------------	--	--	--	-----	--	--

✓ 1

$$x^9 - 2022x^3 - \sqrt{2021} = 0$$

$$t = x^3$$

$$t^3 - 2022t - \sqrt{2021} = 0$$

Среди делителей младшего коэффициента находим подходящий
корень $-\sqrt{2021}$

$$(t + \sqrt{2021})(t^2 - \sqrt{2021}t - 1) = 0 \quad t = -\sqrt{2021}$$

$$t^2 - \sqrt{2021}t - 1 = 0$$

$$D = 2021 + 4 = 2025$$

$$t_{1,2} = \frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2}$$

$$x^3 = -\sqrt{2021}$$

$$x = -\sqrt[3]{2021}$$

$$x^3 = \frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} \pm 45}{2}}$$

Ответ: $x = -\sqrt[3]{2021}; \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} - 45}{2}}; \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$