ГАЗПРОМ **ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Санкт-Петербургский Государственный электротехничекий Университет "ЛЭТИ"

Шифр 87493 Класс 11

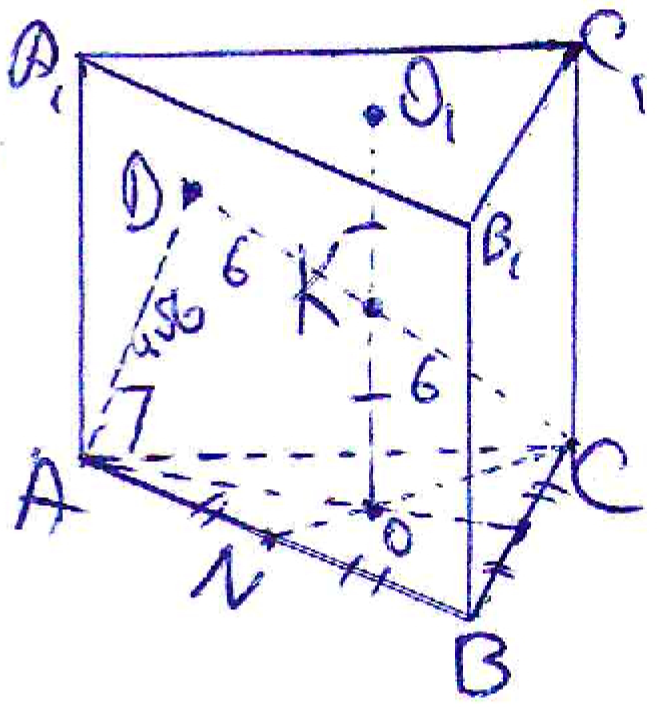
Вариант 21 Дата 19.02.2022

---

⑥ Пусть O, O_1 - центры $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$ соответственно

K - центр описанной около призмы сферы => K - середина O_1O

CD - диаметр, $A \in$ сфере => $\angle CAD = 90°$



$AC = \sqrt{CD^2 - AD^2} = \sqrt{144 - 96} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$S_{пр\triangle} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, a - сторона

$S_{ABC} = \frac{48\sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3}$

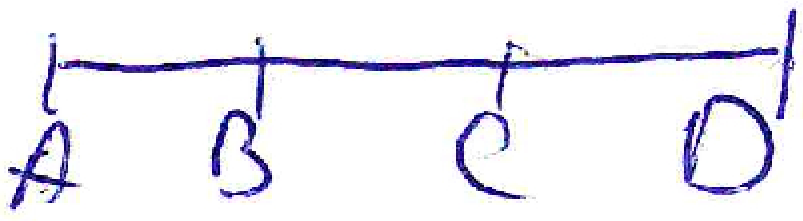
$CN = \sqrt{BC^2 - BN^2} = \sqrt{48 - 12} = 6$

$CO : ON = 2 : 1 \Rightarrow CO = 4$

$\triangle COK$: $OK = \sqrt{KC^2 - OC^2} = \sqrt{36 - 16} = 2\sqrt{5} \Rightarrow O_1O = H = 4\sqrt{5}$

$V = S_{ABC} \cdot H = 12\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{5} = \boxed{48\sqrt{15}}$

④ Нам необходимо, чтобы выполнялась система. $\begin{cases} AB \geq 25 \\ BC \geq 25 \\ CD \geq 25 \end{cases}$



Вероятность этого: $\frac{25}{100} \cdot \frac{25}{75}$ (*)

1-ая рыбина должна быть в диапазоне от 25 см до 50 см от начала трубы (A)

(*) 2-ая рыбина должна быть в диапазоне от 50 см до 75 см от начала трубы (A), но мы считаем от места 1-ой рыбины B.

Вероятность равна $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{12}}$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Санкт-Петербургский Государственный электротехничекий Университет "ЛЭТИ"

Шифр 87493 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

---

⑤ Пусть x, y, z (тыс. руб.) - цена одной акции Разнефти, Двинефти и Тринефти соответственно;

n, m, K - кол-во акций в пакетах Разнефти, Двинефти и Тринефти ~~и~~ соответственно

~~т~~ Условие:
$$\begin{cases} m+n=K \\ 4my=nx \\ 4my+nx=Kz \\ 16\le x-y\le 20 \\ 42\le z\le 60 \end{cases}$$

$$\frac{m}{n+m+K} - ? \text{ (min и max)}$$

~~$nx+nx=Kz$~~

~~$2nx=Kz$~~

~~$K=\frac{2nx}{z}$~~

$$4my+4my=Kz$$
$$8my=Kz$$
$$K=\frac{8my}{z}$$

$$\frac{m}{n+m+K}=\frac{m}{2K}=\frac{\cancel{m}\cdot z}{2\cdot 8\cancel{m}y}=\frac{z}{16y}$$

Минимальное значение при $z=42$ ~~и~~ и y_{max}, а Максимальное при $z=60$ и y_{min}

ГАЗПРОМ **ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

$(a\cdot b)c=a(b\cdot c)$ $E=mc^2$

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Санкт-Петербургский Государственный электротехничекий Университет "ЛЭТИ"

Шифр 87493 Класс 11
Вариант 21 Дата 19.02.2022

---

② $f(x)+(0,5+x)f(1-x)=1$ (*)

х [illegible] $f(\frac{1}{2})+f(\frac{1}{2})=1 \Rightarrow f(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$

$\begin{cases} f(0)+\frac{1}{2}f(1)=1 \\ f(1)+\frac{3}{2}f(0)=1 \end{cases}$ $\begin{cases} -\frac{1}{2}f(0)=-1 \\ f(0)+\frac{1}{2}f(1)=1 \end{cases}$ $\begin{cases} f(0)=2 \\ f(1)=-2 \end{cases}$

$\begin{cases} f(-1)-\frac{1}{2}f(2)=1 \\ f(2)+\frac{5}{2}f(-1)=1 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{9}{2}f(-1)=3 \\ f(-1)-\frac{1}{2}f(2)=1 \end{cases}$ $\begin{cases} f(-1)=\frac{2}{3} \\ f(2)=-\frac{2}{3} \end{cases}$

Можно заметить, что ~~$f(\frac{1}{2}-x)=-f(\frac{1}{2}+x)$~~

$f(\frac{1}{2}-x)=-f(\frac{1}{2}+x)$ (**)

Подставим в ** $x=\frac{1}{2}-x$: $f(x)=-f(1-x)$

(*): $f(x)-(0,5+x)f(x)=1$

$f(x)-0,5f(x)-xf(x)=1$

~~[illegible]~~ $\frac{1}{2}f(x)-xf(x)=1$

$$\boxed{f(x)=\frac{1}{\frac{1}{2}-x}}$$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

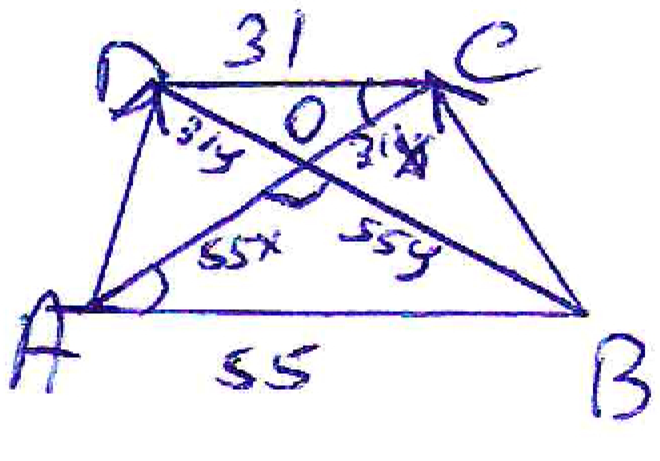
Математика

Площадка написания

Санкт-Петербургский Государственный электротехничекий Университет "ЛЭТИ"

Шифр 87493 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



③ Пусть $O = AC \cap BD$

$\triangle DOC \sim \triangle AOB$ ($\angle COD = \angle AOB = 90^\circ$
$\angle CAB = \angle ACD$ (н/л))

$K = \frac{31}{55}$: $AO = 55x$, $OC = 31x$
$BO = 55y$, $OD = 31y$

$\triangle COD$: $OD^2 + OC^2 = CD^2$
$31y^2 + 31x^2 = 31^2$
$y^2 + x^2 = 1$ (*)

$\overline{AD} = \overline{AO} + \overline{OD}$; $\overline{BC} = \overline{BO} + \overline{OC}$

$$\overline{AD} \cdot \overline{BC} = (\overline{AO} + \overline{OD})(\overline{BO} + \overline{OC}) = \underbrace{\overline{AO} \cdot \overline{BO}}_{AO \perp BO = 0} + \underbrace{\overline{OD} \cdot \overline{BO}}_{\cos 0^\circ = 1} +$$

$$+ \underbrace{\overline{AO} \cdot \overline{OC}}_{\cos 0^\circ = 1} + \underbrace{\overline{OD} \cdot \overline{OC}}_{OD \perp OC = 0} = 31y \cdot 55y + 55x \cdot 31x = 55 \cdot 31(\underbrace{y^2 + x^2}_{=1}) =$$

$$= \boxed{1705}$$

ГАЗПРОМ **ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Санкт-Петербургский Государственный электротехничекий Университет "ЛЭТИ"

Шифр 87493 Класс 11

Вариант

Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		15		5	30				

Оценка цифрами: 50

Оценка прописью: пятьдесят

Подпись