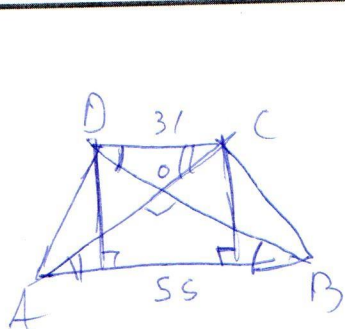




$\vec{AD} = \vec{AO} + \vec{OD}$
 $\vec{BC} = \vec{BO} + \vec{OC}$
 $\vec{AD} \cdot \vec{BC} = \vec{AO} \cdot \vec{BO} + \vec{AO} \cdot \vec{OC} + \vec{OD} \cdot \vec{BO} + \vec{OD} \cdot \vec{OC} \in \mathbb{R}$
 " $O, \text{ м. к } \angle AOB = 90^\circ$ "

$\in \vec{AO} \cdot \vec{OC} + \vec{OD} \cdot \vec{BO} = \vec{AO} \cdot \vec{OC} + \vec{OD} \cdot \vec{BO}$

2) $\triangle BOC \sim \triangle BOA$ по 2 углам

$\frac{DO}{OB} = \frac{CO}{AO} = \frac{31}{55}$ + (5)

$S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{31+55}{2} \cdot h = h^2, \text{ м. к } AC \perp BD \text{ (по св-ву.)}$

$h = \frac{86}{2} = 38$

x - кол-во акций D
 y - кол-во акций O
 z - кол-во акций T
 S_i - цена одной акции

Найти:

$P = \frac{x+y+z}{\min/\max}$

$x+y=z$
 $S_x \cdot x = \frac{S_y \cdot y}{4} \cdot 4$
 $S_x \cdot x + S_y \cdot y = S_z \cdot z$
 $16 \leq S_x - S_y \leq 20$
 $42 \leq S_z \leq 60$

$S_y \cdot y = \frac{S_x \cdot x}{4}$

$S \cdot S_y \cdot y = S_z \cdot z$

$S_y \cdot y = \frac{S_z \cdot z}{S}$

$\frac{S}{4} \cdot S_x \cdot x = S_z \cdot z$

$S_x \cdot x = \frac{4}{S} S_z \cdot z$

$8,4 \leq S_y \cdot y \leq 12$

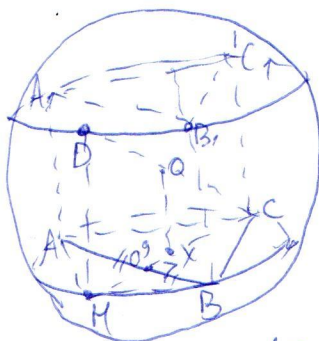
$8,4 \leq S_x \cdot x \leq 48$

$42 \leq S_x \cdot x + S_y \cdot y \leq 62$

$P = \frac{y}{2z} = \frac{y}{2(x+y)} \cdot S_y =$

$16 + S_y \leq S_x \leq 20 + S_y$

$16x + S_y \cdot x \leq S_x \cdot x \leq 20x + S_y \cdot x$
 $= \frac{S_y \cdot y}{2(x+y+y)} = \frac{S_y \cdot y}{2 \cdot S_y \cdot z} = \frac{84 \leq S_y \leq 12}{2 \cdot 1}$



№6.

- 1) $\odot$ -н. CD - диаметр. $D \in (A, B, C)$, $CD \perp AB$.
- 2) $\text{Пр}_{(ABC)} D = H$, где $H \in \text{окр. опис. около } \triangle ABC$.
- 3) $\triangle AMB$; $ACBK$ - впис. в окр., т.е.
 $\angle K + \angle C = 180^\circ$, $\angle K + \angle C = 60^\circ$, т.к. $\triangle ABC$ - равн.,
т.е. $\angle K = 120^\circ$.

4) т.к. CDH - осев. сеч., то $CH \perp AB$, т.е. $CH \cap AB = O'$,
т.е. HO' - мед. бис. с; выс. в $\triangle AMB$, т.е. $HO' \perp AB$, т.е. $\angle B = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle K = 30^\circ$, т.е.

5) имеем $\angle MBA + \angle ABC = 90^\circ$, аналогично $\angle MAC = 90^\circ$

$$\left. \begin{array}{l} DA \perp (ABE) \\ HB \perp BE \end{array} \right\} \begin{array}{l} DA \perp (ABC) \\ AH \perp AC \\ AH - \text{н.пр.} \\ DA - \text{н.окр.} \end{array} \Rightarrow DA \perp AC, \text{ тогда } \angle$$

$$AC = \sqrt{DC^2 - AD^2} = \sqrt{12^2 - 16 \cdot 6} = \sqrt{144 - 96} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

6) т. O - равноуд. от вершин A, B, C , т.е. $\text{Пр}_{(ABC)} O = X$, где
 X - центр окр. опис. т.и. (по ТМТ)

$$7) AX = R = \frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{AC\sqrt{3}}{3} = \frac{4 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{3} = 4$$

$$\text{в } \triangle AOX: XO = \sqrt{36 - 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

тогда высота пирамиды $h = 2XO = 4\sqrt{5}$.

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h = 4\sqrt{5} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{5} = 16 \cdot 3\sqrt{5} = 48\sqrt{5} \text{ Ответ: } 48\sqrt{5}.$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$ $\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} = R$

Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 91035 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
	5	1	0		5		0		0
	3	0							

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

5	0	не отданы							
---	---	-----------	--	--	--	--	--	--	--

NI.

$$x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} = 0$$

$$x^3 = t$$

$$t^3 - 2021t - t + \sqrt{2021} = 0$$

$$t(t^2 - 2021) - (t - \sqrt{2021}) = 0$$

$$t(t - \sqrt{2021})(t + \sqrt{2021}) - (t - \sqrt{2021}) = 0$$

$$(t - \sqrt{2021})(t(t + \sqrt{2021}) - 1) = 0$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} t = \sqrt{2021} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} x^3 = \sqrt{2021} \quad x = \sqrt[3]{\sqrt{2021}} = \sqrt[6]{2021}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} t^2 + \sqrt{2021}t - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{2}: D = 2021 + 4 = 2025 = 45^2$$

$$t = \frac{-\sqrt{2021} \pm 45}{2}$$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{-\sqrt{2021} - 45}{2} \\ t_2 = \frac{-\sqrt{2021} + 45}{2} \end{cases} \begin{cases} x^3 = \frac{-\sqrt{2021} - 45}{2} \\ x^3 = \frac{-\sqrt{2021} + 45}{2} \end{cases} \begin{cases} x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}} \\ x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}} \end{cases}$$

Ответ: $x = \sqrt[6]{2021}$

$$x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} - 45}{2}}$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}}$$

+

5



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c = a(bc)$ $E=mc^2$ $u^2 = c^2 - \frac{h^2}{m^2}$

Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 91035 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



н2.

$$f(x) + (0,5+x) f(1-x) = 1.$$

$$f(x) = 1 - (0,5+x) \cdot f(1-x) \leftarrow$$

$$f(t), \text{ где } t = 1-x:$$

$$f(1-x) + (1,5-x) \cdot f(x) = 1 \Rightarrow f(1-x) = 1 - \left(\frac{3}{2} - x\right) \cdot f(x)$$

$$2) f(x) = 1 - \left(\frac{1}{2} + x\right) \cdot \left(1 - \left(\frac{3}{2} - x\right) \cdot f(x)\right)$$

$$f(x) = t$$

$$t = 1 - \left(\frac{1}{2} + x\right) \cdot \left(1 - \left(\frac{3}{2} - x\right) \cdot t\right)$$

$$t = 1 - \left(\frac{1}{2} + x\right) \left(1 - \frac{3}{2}t + xt\right)$$

$$t = 1 - \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}t + \frac{1}{2}xt + x - \frac{3}{2}xt + x^2t\right)$$

$$t = 1 - \left(\frac{1}{2} + x + t\left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}x + x^2\right)\right)$$

$$t = \frac{1}{2} - x - t\left(-\frac{3}{4} - x + x^2\right)$$

$$t\left(1 + \frac{3}{4} - x + x^2\right) = \frac{1}{2} - x$$

$$t(x^2 - x + \frac{1}{4}) = \frac{1}{2} - x$$

$$f(x) = \frac{\frac{1}{2} - x}{(x - \frac{1}{2})^2} = -\frac{1}{\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}} \quad f(x) = -\frac{1}{x - \frac{1}{2}}, \text{ при } x \neq \frac{1}{2}.$$

при $x = \frac{1}{2}$ подставим в изнач. ур-ие

$$f(0,5) + 1 \cdot f(0,5) = 1$$

$$2f(0,5) = 1 \quad f(0,5) = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x - \frac{1}{2}}, & x \in \mathbb{R} / \{\frac{1}{2}\} \\ \frac{1}{2}, & x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Ответ: $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x - 0,5} & x \in \mathbb{R} / \{\frac{1}{2}\} \\ \frac{1}{2}, & x = \frac{1}{2} \end{cases}$

10