$80x + 5ax = 168x + 168y$

$a = \frac{168y + 88x}{5x}$ для такого a $\frac{y}{2(x+y)}$ – минимально

подставим a.

получаем

$\frac{a(4y-x)}{x} = 16$

$(168y + 88x)(4y - x) = 80x^2$

$168x^2 = 168 \cdot 4y^2 - 168xy + 88 \cdot 4xy$

$42x^2 = 168y^2 - 42xy + 88xy$

$42x^2 - 46xy - 168y^2 = 0$

$21x^2 - 23xy - 84y^2 = 0 \quad | : x^2$

$21 - 23\frac{y}{x} - 84\left(\frac{y}{x}\right)^2 = 0 \qquad \frac{y}{x} = t$

$D = 23^2 + 4 \cdot 21 \cdot 84$

$\frac{y}{x} = \frac{23 + \sqrt{23^2 + 4 \cdot 21 \cdot 84}}{168}$

минимальное $\frac{y}{2(x+y)} = \frac{y}{2x} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{23 + \sqrt{23^2 + 4 \cdot 21 \cdot 84}}{2 \cdot 168}$

С максимальным аналогично, но приравниваем к большему, так как когда мы у ~~уменьшаем~~ увеличиваем, а x уменьшаем то $\frac{4ax}{x}$ – a увеличивается, а $\frac{5ax}{x+y}$ уменьшается. Тогда максимальная будет в тот момент, когда первое уравнение k_1, а второе k_2. (Нет больше листов, это 10 страница)

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

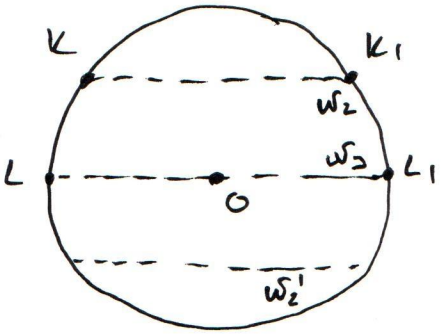
1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

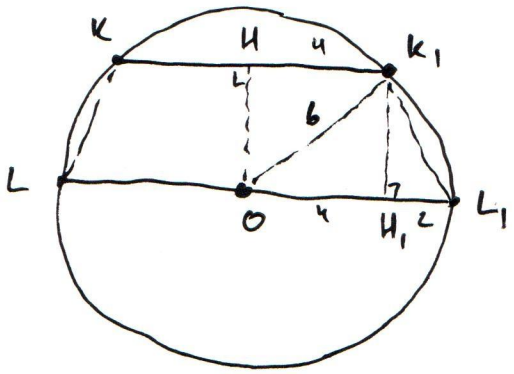
Математика

Площадка написания
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 94458 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022





Найдем расстояние от ω_2 до ω_3

OH - перпендикуляр на ω_2

K_1H_1 - перпендикуляр на ω_3

$LL_1 = 12$ O - центр $\Rightarrow LO = OL_1 = 6$

$OK_1 = OK$ (радиусы) $\Rightarrow KH = K_1H$

$OH \perp KK_1$

$KH = K_1H$, $KK_1 = 8$ $\Rightarrow HK_1 = 4$

$OH_1 \parallel HK_1$ ($\omega_3 \parallel \omega_2$)

$OH \parallel K_1H_1$ (перпендик) $\Rightarrow$ OHK_1H_1 - прямоугольник

$\Downarrow$

~~OK~~ $OH_1 = HK_1 = 4$

$OK_1 = 6$ - радиус.

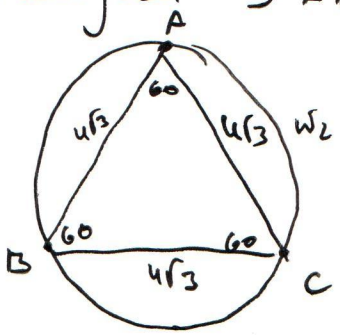
Т. Пифагора

$K_1H_1 = \sqrt{OK_1 - OH_1} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$

Значит расстояние от ω_2 до $\omega_2' = 2 \cdot 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5} \Rightarrow$

Высота призмы $= 4\sqrt{5}$.

Найдем S_{ABC}



$$S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot \sin BAC}{2} = \frac{4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = 12\sqrt{3}$$

$V_{ABCA_1B_1C_1} = S_{ABC} \cdot h = 12\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{5} = 48\sqrt{15}$

Ответ $48\sqrt{15}$ + (30)

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 94458 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

Задача – 5

	кол-во акций	стоимость акц	стоимость пакета
Роснефть	x	$\frac{4ay}{x}$	$4ay$
Газпромнефть	y	a	ay
Транснефть	$x+y$	$\frac{5ay}{x+y}$	$5ay$

По усл задачи

$$\begin{cases} 16 \le \frac{4ay}{x} - a \le 20 \\ 42 \le \frac{5ay}{x+y} \le 60 \end{cases}$$

нам надо найти максимальное и минимальное

$$\frac{y}{2(x+y)} = \frac{y}{2x} + \frac{1}{2}$$

минимальное значение $\frac{y}{2x}$ будет тогда, когда мы увеличиваем x и уменьшаем y

Тогда $\frac{4ay}{x} - a$ уменьшается и $\frac{5ay}{x+y}$ - уменьшается значит больше наименьшее получится

$$\begin{cases} 16 = \frac{4ay}{x} - a \\ 42 = \frac{5ay}{y+x} \end{cases} \quad \begin{cases} 16x + ax = 4ay \quad \cdot 5 \\ 42x + 42y = 5ay \quad \cdot 4 \end{cases}$$

(0)

$$\begin{cases} 80x + 5ax = 20ay \\ 168x + 168y = 20ay \end{cases}$$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

(ab)c=a(bc) $E=mc^2$

Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 94458 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

Задача №1

$x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} = 0$

$x^3(x^6 - 2022) + \sqrt{2021} = 0$

$x^3(x^6 - 2022) = -\sqrt{2021}$

Заметим, что $\sqrt{2021}$ - иррац.

Если x не иррац, то

$x^9 - 2022x^3$ не иррац, тогда

$x^9 - 2022x^3 + \sqrt{2021} \neq 0$.

Противоречие.

Значит x - иррац.

Пусть x^3 - иррац, а $x^6 - 2022$ - целое

Тогда $x = \sqrt[3]{\sqrt{2021}}$ - подойдет

которое рац.

$\left(\sqrt[3]{\sqrt{2021}}\right)^3 \left(\left(\sqrt[3]{\sqrt{2021}}\right)^6 - 2022\right) = \sqrt{2021}(-1) = -\sqrt{2021}$

верно.

Пусть x^3 - целое, а $x^6 - 2022$ - иррац.

Такого быть не может т.к x^3-целое, то $x^6 = x^3 \cdot x^3$ = целое

Ответ $x = \sqrt[6]{2021} = \sqrt[3]{\sqrt{2021}}$

Тогда $x'ey' = \frac{31^2z^2 + 31^2a^2 + 55^2a^2 + 55^2z^2}{24^2}$

$\angle DHC = 90°$ По т. Пифагора

$DH^2 + HC^2 = DC^2$

$31^2a^2 + 31^2z^2 = 31^2$

Аналогично

$55^2a^2 + 55^2z^2 = 55^2$

Тогда

$x'ey' = \frac{55^2 + 31^2}{24^2}$

Значит

$AD \cdot BC \cdot \cos\angle DOC = 24 \cdot 12 \left(\frac{55^2+31^2-24^2}{24^2}\right) = \frac{55^2+31^2-24^2}{2} =$

$= \frac{3025 + 961 - 576}{2} = \frac{3410}{2} = 1705$

Ответ $\vec{AD} \cdot \vec{BC} = 1705$. + (15)

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

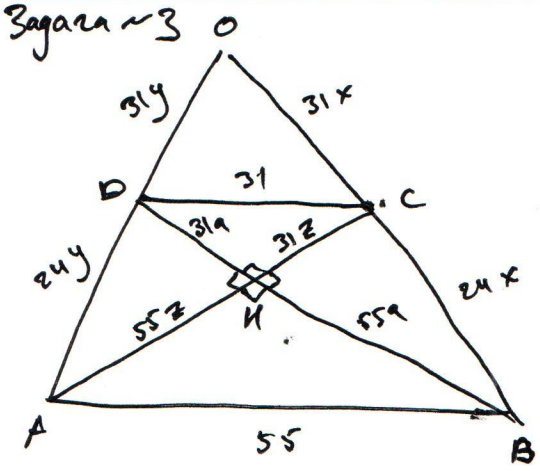
Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 94458 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

Задача №3



Заметим что $\triangle ODC \sim \triangle OAB$

$(DC \parallel AB)$

$\frac{DC}{AB} = \frac{31}{55} = \frac{OD}{OA} = \frac{OC}{OB}$

пусть $OD = 31y$ тогда $AO = 24y$

пусть $OC = 31x$ тогда $CB = 24x$

$\vec{AD} \cdot \vec{BC} = AD \cdot BC \cdot \cos AOB$

$\cos AOB = \cos DOC$

По Т. Косинусов

$DC^2 = OD^2 + OC^2 - 2 \cdot OD \cdot OC \cdot \cos \angle DOC$

$\cos DOC = \frac{31^2 - 31^2x^2 - 31^2y^2}{-2 \cdot 31 \cdot 31 \cdot x \cdot y} = \frac{1 - x^2 - y^2}{-2xy}$

$AD \cdot BC \cdot \cos DOC = \frac{24x \cdot 24y \cdot (x^2+y^2-1)}{2xy} = 24 \cdot 12 (x^2+y^2-1)$

Угол $AHD = 90°$ => По Т. Пифагора

$AD^2 = AH^2 + DH^2$

$24^2y^2 = 55^2z^2 + 31^2a^2$

$y^2 = \frac{55^2z^2 + 31^2a^2}{24^2}$

Аналогично $x^2 = \frac{31^2z^2 + 55^2a^2}{24^2}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 94458 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

Задача 4

Давайте поделим прут на 4 куска по 25 см

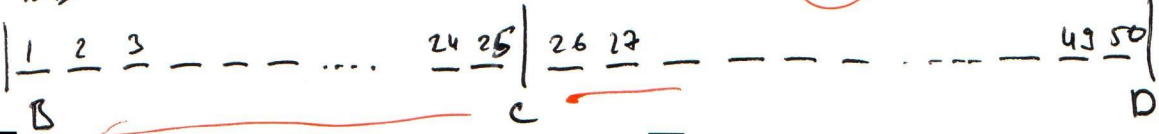


$AB = BC = CD = DE = 25$

рыбачку, которая находится левее, назовем рыбачка №1, которая находится правее - рыбачка №2.

Тогда чтобы кусок, которым находится левее рыбачка №1 использовался в качестве обода ~~он должен быть~~ он должен быть ≥ 25 см, а значит рыбачка №1 находится правее точки B. Аналогично рыбачка №2 находится левее точки D. Но заметим, что ~~оба~~ обе рыбачки не могут находиться в отрезке BC или CD, так как, ~~тогда~~ в противном случае расстояние между ними будет меньше 25 см. Тогда рыбачка №1 $\in BC$; рыбачка №1 $\in CD$. Сначала поставим рыбачку №1. Она может стоять на любой одной из 25 клеток из 100 вероятность $= \frac{25}{100}$. Рыбачка №2 может стоять на любой ~~из~~ из 25 клеток из 99, так как рыбачка №1 занимает одну клетку. вероятность $= \frac{25}{99}$.

Теперь найдем вероятность того, что расстояние от рыбачки №1 до рыбачки №2 ≥ 25. Изобразим отрезок BD



ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

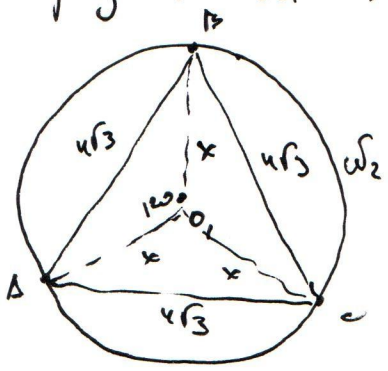
Математика

Площадка написания
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 94458 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

Давайте нарисуем сечение ~~сферы~~ сферы, проходящее через точки A; B; C. Так как пирамида правильная, а $AC = 4\sqrt{3}$, то $AC = AB = BC = 4\sqrt{3}$;



$\angle ABC = \angle BCA = \angle CAB = 60°$

Пусть O_1 - центр ω_2. Тогда

$O_1A = O_1B = O_1C = x$

Также $\angle ACB$ - опирается на дугу AB - вписанный. $\angle AO_1B$ опирается на дугу AB - центральный, то

$\angle AO_1B = 2\angle ACB = 60° \cdot 2 = 120°$

Тогда по теореме косинусов

$AB^2 = AO_1^2 + BO_1^2 - 2 \cdot AO_1 \cdot BO_1 \cdot \cos \angle AO_1B$

$16 \cdot 3 = x^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot x \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$

$16 \cdot 3 = 3x^2$

$16 = x^2$

$x = 4$

$x > 0$, так как длина не может быть отрицательной.

$r(\omega_2) = 4$, то $d(\omega_2) = 8$

Построим сечение нашей сферы, проходящее через центр сферы. ω_3 - сечение сферы, проходящее через O. $\omega_2 \parallel \omega_3$. ω_2' - сечение сферы, ~~проходящее~~ через точки A_1; B_1; C_1. Так как пирамида правильная, то ω_2' будет симметрично ω_2 относительно ω_3.

Каждая черепашка это 1 см.

Если ладья №1 ~~стоит на клетке~~ стоит на клетке №1, то ладья №2 может стоять на клетках от 27 до 50

Если ладья №1 стоит на кл №2, то ладья №2 может стоять на клетках от 28 до 50..... если ладья №1 стоит на клетке 25 то ладья №2 не может стоять нигде. Тогда всего расстановок ладьи равно $25 \cdot 25$, а расстановок подходящую нам равно

$$24+23+\dots 1+0 = \frac{24 \cdot 25}{2}$$

Тогда общая вероятность для нашей задачи равна

$$\frac{25}{100} \cdot \frac{25}{99} \cdot \frac{\frac{24 \cdot 25}{2}}{25 \cdot 25} = \frac{1}{33}$$

Ответ $\frac{1}{33}$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 94458 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

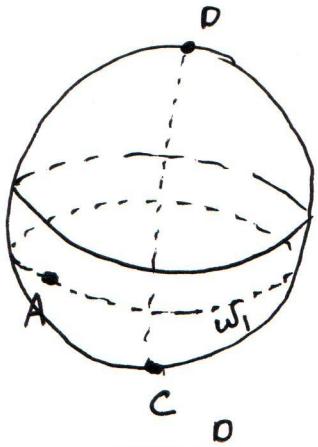
Заполняется проверяющим строго по образцу. Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	2			15		0		0	30								

Оценка цифрами: 47 Оценка прописью: сорок семь Подпись:

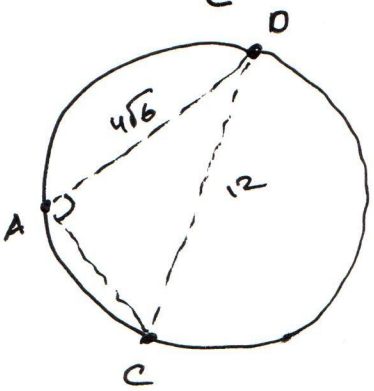
Задача № 6

Давайте построим отрезок CD, и проведем окружность ω_1 на сфере, такую, что расстояние от D до ω_1 равно $4\sqrt{6}$. Тогда A находится на ω_1.



Давайте произвольно поставим точку A на ω_1.

Теперь рассмотрим сечение окружности, проходящее через A; D; C. Так как DC - диаметр, то DC будет диаметром и в нашей окружности-сечении. Так как радиус равен 6, то DC = 12



$AD = 4\sqrt{6}$

CD - диаметр $\Rightarrow \angle DAC = 90°$

По Т. Пифагора

$CA^2 = CD^2 - DA^2$

$CA^2 = 12^2 - 16 \cdot 6$

$CA = \sqrt{12 \cdot 12 - 16 \cdot 6}$

$CA = 4\sqrt{3}$