

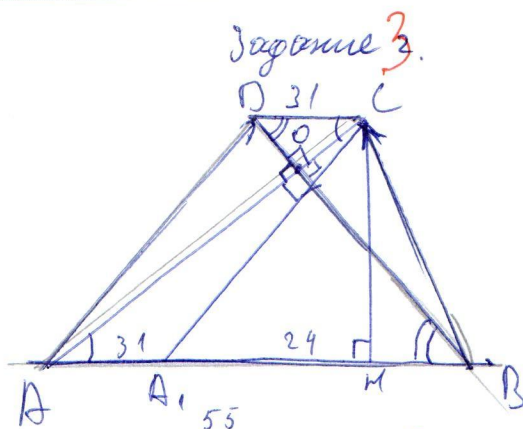


Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

Шифр	87686	Класс	11
------	-------	-------	----

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Дано; ABCD - трапеция;

$$AB = 55; CD = 31;$$

$A \perp B \perp D$

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = ?$$

Решение:

$$\vec{AD} \cdot \vec{BC} = |\vec{AD}| \cdot |\vec{BC}| \cdot \cos \angle AD, BC$$

Построим параллельно CA , ~~AB~~ DA

Тогда $A, C \parallel AD$
 $BC \parallel BA_1$ $\Rightarrow ADCA_1$ - ~~не~~ параллелограмм $\Rightarrow AD_1 = DC$;
 $AD = A_1C$

Тоже $\vec{A_1B} = \vec{AB} - \vec{AA_1} = \vec{AB} - \vec{DC}$ и $\vec{AD} \cdot \vec{BC} = A_1C \cdot BC \cdot \cos(\angle A_1CB)$

Проведём высоту $CH \perp AB$.

$$\text{Torque } S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD \cdot \sin \widehat{AC, BD} = CH \cdot \left(\frac{AB+DC}{2} \right); \sin \widehat{AC, BD} = 1$$

$$S_{A_1CB} = \frac{1}{2} \cdot CM \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot A_1C \cdot CB \cdot \sin A_1CB$$

$\cos \angle C$ из $\triangle ABC$ по т. косинусов: $\cos \angle C = \frac{AC^2 + CB^2 - AB^2}{2 \cdot AC \cdot CB}$

$$\text{For } \vec{AD} \cdot \vec{BC} = \frac{A_1C \cdot BC \cdot (A_1C^2 + B^2 - A_1B^2)}{2 \cdot A_1C \cdot BC} = \frac{A_1C^2 + B^2 - A_1B^2}{2}$$

$$A_1 B = AB - AA_1 = 55 - 31 = 24$$

$$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2}$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 87686 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



Задача 5.

Две нефть
у акций по
6 тыс. рублей
за шт.

Три нефть
2 акции по
с тыс. рублей за шт.

Раз нефть
Пусть: х акций
по а тыс. рублей
за шт.

Тогда
сумм. стоимость:

х а тыс. рублей у б тыс. рублей

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ xa = 4yb \\ xa + yb = 2c \end{cases} \quad + \quad (5) \Rightarrow \begin{cases} x + y = 2 \\ xa = 4yb \\ 5yb = (x + y)c \end{cases}$$

$(16 \leq a - b \leq 20)$ тыс. рублей
 $(42 \leq c \leq 60)$ тыс. рублей

$$\frac{y}{(x+y)} = \frac{c}{5b}$$

$$\frac{y}{2(x+y)} = \frac{c}{10b}$$

$\frac{y}{x+y+2}$ - исконая величина

$$x + y + 2$$

$$\frac{y}{x+y+2} = \frac{y}{2x+2y} = \frac{y}{2(x+y)}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 87686 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022



$$CH = 3 \cdot CC_1' = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$$

3) Теперь $\triangle OHC$: OH - высота $\Rightarrow OH \perp (ABC) \Rightarrow OH \perp HC \Rightarrow$

$$\Rightarrow \triangle OHC - \text{прямоугольный} \Rightarrow \sin \angle HCO = \frac{OH}{OC} = \frac{\sqrt{OC^2 - HC^2}}{OC} =$$

$$= \frac{\sqrt{36 - 16}}{6} = \frac{2\sqrt{5}}{6} = \frac{\sqrt{5}}{3} = \cos(90^\circ - \angle HCO)$$

4) $CC_1 \perp (ABC)$, т.к. прямая перпендикулярна $\Rightarrow CC_1 \perp CH \Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle OCC_1 = 90^\circ - \angle HCO \Rightarrow \cos \angle OCC_1 = \cos(90^\circ - \angle HCO) = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

5) $\triangle OCC_1$, т.к. косинус: $OC_1^2 = OC^2 + CC_1^2 - 2 \cdot OC \cdot CC_1 \cdot \cos \angle OCC_1$

$$6 = 6 + CC_1^2 - 4\sqrt{5} CC_1$$

$$CC_1^2 - 4\sqrt{5} CC_1 = 0$$

$$CC_1(CC_1 - 4\sqrt{5}) = 0$$

$$CC_1 = 0, \text{ не } \text{или } CC_1 = 4\sqrt{5}$$

~~не подходит~~

$$\text{тогда } V_{ABCA_1B_1C_1} = CC_1 \cdot S_{ABC} =$$

тогда $V_{ABCA_1B_1C_1} = 0$, не
берем

$$= 4\sqrt{5} \cdot 12\sqrt{3} = 48\sqrt{15}$$

$$\text{Ответ: } V_{ABCA_1B_1C_1} = 48\sqrt{15} + \boxed{30}$$



ОТРАСЛЕВАЯ
ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика



Площадка написания

Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 87686 Класс 11

Вариант 21 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
	5	0	0	0	5	3	0		

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

4	0	сорок							
---	---	-------	--	--	--	--	--	--	--

Задача 1

$$x^3 - 2022x^2 + \sqrt{2021} = 0$$

Замена: $x^3 = t$, тогда

$$(1) t^3 - 2022t + \sqrt{2021} = 0, \text{ степень } = 3 \Rightarrow \text{не более 3-х корней.}$$

Подберем: $t = \sqrt{2021}$; $2021\sqrt{2021} - 2022\sqrt{2021} + \sqrt{2021} = 2021 - 2022 + 1 = 0$

$$2022\sqrt{2021} - 2022\sqrt{2021} = 0 - \text{верно} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = \sqrt{2021} - \text{корень уравнения (1).}$$

Разделим $t^3 - 2022t + \sqrt{2021}$ на $t - \sqrt{2021}$:

$$\begin{array}{r} t^3 - 2022t + \sqrt{2021} \quad | t - \sqrt{2021} \\ \underline{t^3 - t^2\sqrt{2021}} \phantom{+ \sqrt{2021}} \\ t^2\sqrt{2021} - 2022t \phantom{+ \sqrt{2021}} \\ \underline{t^2\sqrt{2021} - 2021t} \phantom{+ \sqrt{2021}} \\ -t + \sqrt{2021} \\ \underline{-t + \sqrt{2021}} \\ 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow t^3 - 2022t + \sqrt{2021} = (t - \sqrt{2021}) \cdot (t^2 + \sqrt{2021}t - 1)$$

$$(t - \sqrt{2021})(t^2 + \sqrt{2021}t - 1) = 0$$

$$t_1 = \sqrt{2021} \text{ или } t^2 + \sqrt{2021}t - 1 = 0 \quad (2).$$

Решение (2): $0 = 2021 + 4 = 2025 = 45^2$

$$t_2 = \frac{-\sqrt{2021} - 45}{2} \quad t_3 = \frac{-\sqrt{2021} + 45}{2}$$

Вернемся к замене: $x^3 = t$

$$1) x^3 = \sqrt{2021} \quad x = \sqrt[6]{2021}$$

$$2) x^3 = -\left(\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}\right) \quad x = -\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$$

$$3) x^3 = -\left(\frac{\sqrt{2021} - 45}{2}\right) \quad x = -\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} - 45}{2}} \quad (5)$$

Ответ: $x = \sqrt[6]{2021}$; $x = -\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} + 45}{2}}$; $x = -\sqrt[3]{\frac{\sqrt{2021} - 45}{2}}$