



Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 97847 Класс 9

Вариант 31 Дата 19.02.2022



ЗАДАНИЕ 6.

Пусть a (руб.) - кол-во акций Разверти, x (млн руб.) - общая стоимость
 b (руб.) - кол-во акций Дверти, y (млн руб.) - общ. стоимость
 c (руб.) - кол-во акций Триверти, z (млн руб.) - общ. стоим.

Покупая по усл. задачи:

$$a + b = c \Rightarrow \text{общее кол-во всех акций} = 2c, a = c - b$$

$$\begin{cases} x = 4y \\ x + y = z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5y = z \\ \frac{5}{4}x = z \end{cases}$$

$$\cancel{x + y = 20}$$

$$\cancel{x + y = 20}$$

$$16 \leq x, -y, \leq 20$$

$$42 \leq z, \leq 60$$

1) Рассм. случай с наиб. процентом;

$$z_1 = 60, z = 60c, x, -y, = 20, \text{наиб. \%}$$

$$\frac{5}{4}x = 60c \Rightarrow x = 48c$$

$$\Rightarrow y = \frac{x}{4} = \frac{48}{4}c = 12c$$

$$\cancel{x + y = 20} \Rightarrow \cancel{48c + 12c = 20} \Rightarrow \cancel{60c = 20} \Rightarrow \cancel{c = \frac{1}{3}}$$

$$\cancel{48c = 48 \cdot \frac{1}{3} = 16}$$

$$\cancel{48c = 20 + 60 \cdot \frac{1}{3} = 40}$$

$$\text{или } x, a +$$

$$x + y = z \Rightarrow x_1 \cdot a + y_1 \cdot b = z_1 \cdot c$$



ЗАДАНИЕ 5.



Пусть l_1 (см), l_2 (см), l_3 (см) - длины поржавевших труб

Части можно будет использовать, если $\begin{cases} l_1 \geq 25 \\ l_2 \geq 25 \\ l_3 \geq 25 \end{cases}$

Т.е. кол-во вариантов, возможных случаев, когда трубу можно будет заменить с шагом равным 1 см.

$$\left. \begin{array}{l} l_1 = 25, l_2 = 25, l_3 = 50 \\ l_1 = 25, l_2 = 26, l_3 = 49 \\ l_1 = 25, l_2 = 27, l_3 = 48 \\ \vdots \\ l_1 = 25, l_2 = 50, l_3 = 25 \\ \vdots \\ l_1 = 50, l_2 = 50, l_3 = 25 \end{array} \right\} 31 \cdot 31$$

Т.е. кол-во всех возможных вариантов:

$$\left. \begin{array}{l} l_1 = 1, l_2 = 1, l_3 = 98 \\ l_1 = 1, l_2 = 2, l_3 = 97 \\ \vdots \\ l_1 = 1, l_2 = 98, l_3 = 1 \\ \vdots \\ l_1 = 98, l_2 = 1, l_3 = 1 \end{array} \right\} 98 \cdot 98$$

$$S_n = \frac{98+1}{2} \cdot 98 = 99 \cdot 49$$

Плюс вероятность:

$$\frac{31 \cdot 31}{99 \cdot 49} = \frac{961}{4802} \approx 0,2$$



ЗАДАНИЕ 4.

$$f(x) + (0,5 + x)f(1-x) = 1, \text{ где } f(x) - \text{ф-ция, } D_f = (-\infty; +\infty)$$

$$\text{при } x = -0,5 : f(-0,5) = 1 \quad +$$

$$\text{при } x = 0,5 : f(0,5) + 1 \cdot f(0,5) = 1 \Rightarrow f(0,5) = \frac{1}{2} \quad +$$

$$\text{при } x = 0 : f(0) + 0,5 \cdot f(1) = 1 \quad +$$

$$f(x) = kx + b$$

1) Предположим, что $f(x)$ - линейная ф-ция, тогда

$$\begin{cases} f(-0,5) = 1 \\ f(0,5) = \frac{1}{2} \end{cases} \quad + \quad \begin{cases} -0,5k + b = 1 \\ 0,5k + b = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} b = \frac{3}{4} \\ 0,5k = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} b = \frac{3}{4} \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Значит, } f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$$

Проверим при $x = 0$:

$$f(0) + 0,5 f(1) = 1$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \right) = 1 \quad (H) \Rightarrow \text{невозможность} \Rightarrow \text{ф-ция } f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} \text{ невозможна}$$

$$2) \text{ Пусть } f(x) = ax^n + bx^{n-1} + \dots + cx + d$$

$$\text{При } x = 0,5 : a \cdot 0,5^n + b \cdot 0,5^{n-1} + \dots + c \cdot 0,5 + d = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\text{При } x = -0,5 : a \cdot (-0,5)^n + b \cdot (-0,5)^{n-1} + \dots + c \cdot (-0,5) + d = 1 \quad (2)$$

Складывая (1) и (2) выражение получим, что сумма всех членов, стоящих на четном месте равна ~~1/2~~

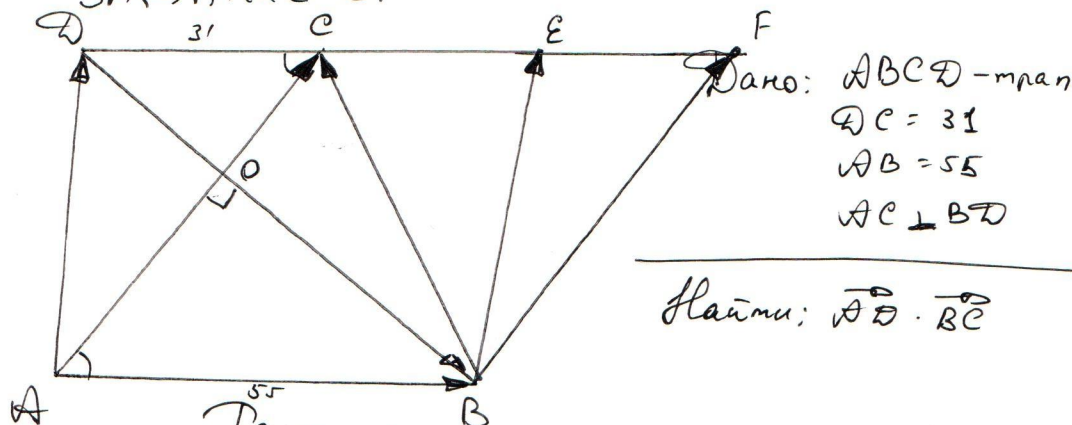
$$\frac{1 + \frac{1}{2}}{2} = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

Сумма всех членов на нечетном месте при $x = 0,5$ равна $\frac{\frac{1}{2} - 1}{2} = \frac{-\frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{4}$

~~Получим при $x = 0$ получим, $d = \frac{1}{2}$ и $d = \frac{3}{4}$~~ ?



Задание 3.



Дано: $ABCD$ - параллелограмм
 $AC = 31$
 $AB = 55$
 $AC \perp BD$

Найти: $\vec{AD} \cdot \vec{BC}$

Решение:

1) Д.п. $\vec{BE} = \vec{AD}$, $BA \parallel AC$, $BC \parallel AD$, $BF \parallel AC$, $BC \cap BF = F$

2) Так $AC \perp BD \Rightarrow \triangle DOE$ и $\triangle BOA$ - п.у.

3) Рассмотрим $\triangle DOE$ и $\triangle BOA$ - п.у.

$$\angle DOE = \angle BOA = 90^\circ$$

$$\angle CAB = \angle ACD \text{ (как углы накрест лежащие при } AC \parallel BD \text{ и секущей } AB)$$

$$\text{Поэтому } \frac{DO}{BO} = \frac{OE}{OA} = \frac{DE}{AB} = \frac{31}{55}$$

$$\begin{aligned} 2) \vec{AD} \cdot \vec{BC} &= (\vec{AB} + \vec{BD})(-\vec{AB} + \vec{AC}) = -\vec{AB}^2 + \vec{AB} \cdot \vec{AC} - \vec{AB} \cdot \vec{BD} + \vec{BD} \cdot \vec{AC} \\ &= -\vec{AB}^2 + \vec{AB} \cdot \vec{AC} - \vec{AB} \cdot \vec{BD} + \vec{BD} \cdot \vec{AC} = -\vec{AB}^2 + \vec{AB} \cdot \vec{AC} + \vec{BD} \cdot \vec{AC} \cdot \cos 90^\circ = 0 \\ &= -\vec{AB}^2 + \vec{AB} \cdot (\vec{AC} + \vec{BD}) \end{aligned}$$

3) Рассмотрим $ACFB$ - параллелограмм.

$AC \parallel BF$ по построению.

$AB \parallel DC$ (по определению параллелограмма)

$\Rightarrow ACFB$ - параллелограмм $\Rightarrow AB = CF = 55$

$AC = BF$
 (по свойствам параллелограмма)

Так как $AC = BF$ и $AC \parallel BF \Rightarrow \vec{AC} = \vec{BF}$

$$4) \vec{AD} \cdot \vec{BC} = -\vec{AB}^2 + \vec{AB} \cdot (\vec{AC} + \vec{BD}) = -\vec{AB}^2 + \vec{AB} \cdot (\vec{BF} + \vec{BD}) = -\vec{AB}^2 + \vec{AB} \cdot \vec{BF} + \vec{AB} \cdot \vec{BD}$$

$$\text{где } \vec{AB} \cdot \vec{BF} = \vec{AB} \cdot \vec{AC} \cdot \cos 0^\circ = \vec{AB} \cdot \vec{AC}, \quad BF = AC + CF = 31 + 55 = 86$$

$$\text{Поэтому } \vec{AD} \cdot \vec{BC} = -\vec{AB}^2 + \vec{AB} \cdot \vec{BF} = -55^2 + 55 \cdot 86 = 55 \cdot (86 - 55) = 55 \cdot 31 = 1705$$

Ответ: 1705



ЗАДАНИЕ 2.

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{4}{9} + \frac{8}{27} - \frac{16}{81} + \dots\right) \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{9}{25} + \frac{27}{125} - \frac{81}{625} + \dots\right)$$

1) Рассмотрим первый множитель:

$\frac{2}{3} - \frac{4}{9} + \frac{8}{27} - \frac{16}{81} + \dots$ - это убывающая геом. прогрессия $\{b_n\}$,
где $b_1 = \frac{2}{3}$, $q = -\frac{2}{3}$ (знаменатель прогрессии)

$$\text{Поэтому } \frac{2}{3} - \frac{4}{9} + \frac{8}{27} - \frac{16}{81} + \dots = S_n = \frac{\frac{2}{3}}{1 - (-\frac{2}{3})} = \frac{\frac{2}{3}}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{2}{5}$$

2) Рассмотрим второй множитель

$\frac{3}{5} - \frac{9}{25} + \frac{27}{125} - \frac{81}{625} + \dots$ - это убывающая геом. прогрессия $\{b_n\}$,
где $b_1 = \frac{3}{5}$, $q = -\frac{3}{5}$ (знаменатель прогрессии)

$$\text{Поэтому } \frac{3}{5} - \frac{9}{25} + \frac{27}{125} - \frac{81}{625} + \dots = S_n = \frac{\frac{3}{5}}{1 - (-\frac{3}{5})} = \frac{\frac{3}{5}}{1 + \frac{3}{5}} = \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 8} = \frac{3}{8}$$

$$3) \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{9} + \frac{8}{27} - \frac{16}{81} + \dots\right) \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{9}{25} + \frac{27}{125} - \frac{81}{625} + \dots\right) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{20} = 0,15$$

Ответ: 0,15





ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc) \quad E=mc^2 \quad u = \frac{q}{m}$$

Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Шифр 97847 Класс 9

Вариант 31 Дата 19.02.2022



Заполняется проверяющим строго по образцу

Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

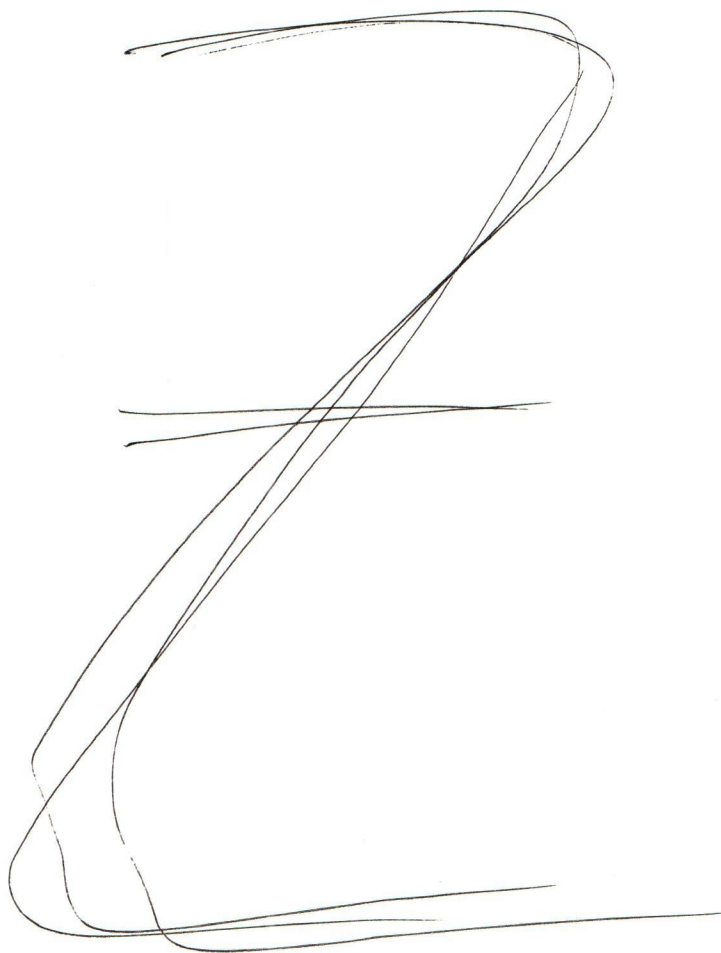
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	1	0	1	5	2	1	0		

Оценка цифрами

Оценка прописью

Подпись

3	3	тридцать три							
---	---	--------------	--	--	--	--	--	--	--





1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы в поле внизу.

Математика

Площадка написания

Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 97847 Класс 9

Вариант 39 Дата 19.02.2022



ЗАДАНИЕ 1.

$$x^9 - 22x^3 + \sqrt{21} = 0$$

Пусть $t = x^3$

$$t^3 - 22t + \sqrt{21} = 0$$

$$t^3 - 21t - t + \sqrt{21} = 0$$

$$t(t^2 - 21) - (t - \sqrt{21}) = 0$$

$$t(t - \sqrt{21})(t + \sqrt{21}) - (t - \sqrt{21}) = 0$$

$$(t - \sqrt{21})(t^2 + \sqrt{21}t - 1) = 0$$

$$\begin{cases} t - \sqrt{21} = 0 \\ t^2 + \sqrt{21}t - 1 = 0, D = 21 + 4 = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \sqrt{21} \\ t = \frac{-\sqrt{21} - 5}{2} \\ t = \frac{-\sqrt{21} + 5}{2} \end{cases}$$

03

$$\begin{cases} x^3 = \sqrt{21} \\ x^3 = \frac{-\sqrt{21} - 5}{2} \\ x^3 = \frac{-\sqrt{21} + 5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \sqrt[3]{21} \\ x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{21} - 5}{2}} \\ x = \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{21} + 5}{2}} \end{cases}$$

Ответ: $x = \left\{ \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{21} - 5}{2}}; \sqrt[3]{\frac{-\sqrt{21} + 5}{2}}; \sqrt[3]{21} \right\}$

