ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

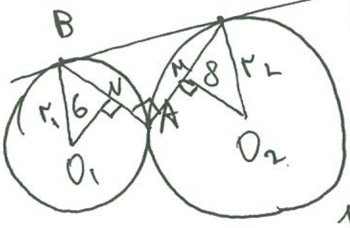
ШИФР 23807

Класс 11 **Вариант** 42 **Дата Олимпиады** 10.02.2018

Площадка написания ГБОУ СОШ им. П.В.Кравцова

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	0	0	0	0	2	12	6	16	8	16	60	шестьдесят	

8.



$BA=6$
$AC=8$
найти: r_1, r_2

Решение. ΔABC – прямой, по теореме Пифагора $BC=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

Проведем перпендикуляры O_1N и O_2M к BA и AC.

1) $\Delta O_2MC \sim \Delta \cancel{ABC}\,CAB$ $\quad \frac{O_2C}{BC}=\frac{CM}{AB}$ $\quad O_2C=\frac{BC\cdot CM}{AB}=10\cdot\frac{4}{6}=\frac{40}{6}=\frac{20}{3}=r_2$

2) $\Delta O_1NB \sim \Delta CAB$

$\frac{O_1B}{BC}=\frac{BN}{AC}$ $\quad O_1B=\frac{BC\cdot BN}{AC}=\frac{10\cdot 3}{8}=\frac{30}{8}=\frac{15}{4}=r_1$

+

Ответ: $\frac{15}{4}$; $\frac{20}{3}$

9. $4^x+(a^2+5)\cdot 2^x-a^2+9=0$

$2^{2x}+(a^2+5)\cdot 2^x-a^2+9=0 \quad 2^x=t$

$t^2+(a^2+5)t-a^2+9=0$

$D<0$ – корней нет

$D=(a^2+5)^2-4(9-a^2)=a^4+10a^2+25-36+4a^2=a^4+14a^2-11$

$a^4+14a^2-11<0$

$\frac{D}{4}=49+11=60 \qquad 60=4\cdot 15$

$z_1=-7+2\sqrt{15}$

$z_2=-7-2\sqrt{15}$

$(a^2+7-2\sqrt{15})(a^2+7+2\sqrt{15})<0$

$a^2=2\sqrt{15}-7$

$a=\pm\sqrt{2\sqrt{15}-7}$

если $t_1+t_2<0$, и $t_1\cdot t_2\geq 0$. второй случай!

Ответ: $\left(-\sqrt{2\sqrt{15}-7};\ \sqrt{2\sqrt{15}+7}\right)$

±

ШИФР 23807

10. $1^3+3^3+5^3+7^3 \ldots +(2n-1)^3=n^2(2n^2-1)$

$(1+27+125\ldots+(2n-1)^3):(1+4+7\ldots+(3n-2))=35$

$\dfrac{n^2(2n^2-1)}{1{,}5n^2-0{,}5n}=35$

$n^2(2n^2-1)=35(1{,}5n^2-0{,}5n)$

$n^2(2n^2-1)=52{,}5n^2-17{,}5n$

$2n^4-n^2-52{,}5n^2-17{,}5n=0$

$4n^2-107n^2+35n=0$

$n(4n^3-107n+35)=0$

$n=5$

	4	0	-107	35
5	4	20	-7	0

$4n^2+20n-7=0$

$D=20^2-4\cdot4(-7)=396$

Ответ: 5

+

7. $\sqrt{x^4-2x^2+1}>1-x$

$\sqrt{(x^2-1)^2}>1-x$

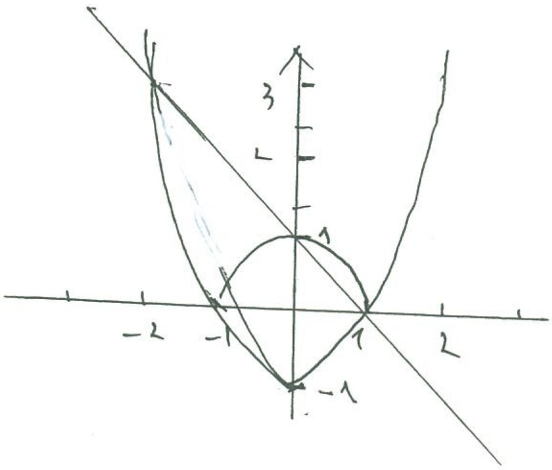
$|x^2-1|>1-x$

$x^2-1=1-x$

$x^2+x-2=0$

$D=1+4(-2)=9$

$x_1=1 \quad x_2=-2$



$\pm$

Ответ. $x\in(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)\cup(0;1)$.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 23807

$\cdot$. $1-\cos 2x = a_k$ $a_k = 2\sin^2 x$

$\cos x - \frac{1}{2} = a_{k+1}$

$\frac{1}{2\sin^2 x} = a_{k+2}$

$$\frac{\cos x - \frac{1}{2}}{2\sin^2 x} = \frac{1}{2\sin^2 x(\cos x - \frac{1}{2})} = q$$

$(\cos x - \frac{1}{2})^2 \cdot 2\sin^2 x - 2\sin^2 x = 0$

$2\sin^2 x((\cos x - \frac{1}{2})^2 - 1) = 0$

$\sin^2 x = 0$

$\cos x - \frac{1}{2} = 1$

$\cos x = 1,5$

решений нет т.к. $1,5 > 1$

$\cos x - \frac{1}{2} = -1$

$\cos x = -\frac{1}{2}$

$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$ $x = \frac{2\pi}{3}$

$a_k = 1 - \cos\frac{4\pi}{3} = \frac{3}{2}$

$a_{k+1} = \cos\frac{2\pi}{3} - \frac{1}{2} = -1$

$a_{k+2} = \frac{1}{2\cdot\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$

$q = -\frac{2}{3}$

$a_{15} = a_1\left(-\frac{2}{3}\right)^{14}$

$a_1 = \left(\frac{3}{2}\right)^{17}$

$a_k = \left(\frac{3}{2}\right)^{17}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^{k-1} = \frac{3}{2}$

$\left(-\frac{2}{3}\right)^{k-1} = \frac{3}{2}^{16}$

$\left(-\frac{3}{2}\right)^{1-k} = \frac{3}{2}^{16}$

$1-k = 16$

$k = 16+1 = 17$

+

Ответ: 17

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 23807

5. $100\% - \frac{1}{5}(20\%) = 80\%$

1) 80% 2) 70% 3) 60% 4) 50% 5) 40% 6) 30%

Ответ: 6 раз

+