ГАЗПРОМ
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Площадка написания
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

1. Используйте только **размеченные** стороны листов.
2. Заполните **номер варианта** и **номер страницы** в поле внизу.

Математика

Шифр 92269 Класс 9

Вариант 32 Дата 19.02.2022

№6. Пусть a, b, c – кол-во бумаг в пакете I, II, III компаний соот-но, x, y, z – общая стоим. бумаг соот-но.

найти: $\frac{b}{a+b+c} \cdot 100\%$.

$$\begin{cases} a+b=c \\ x=3y \\ x+3y=z \\ 10000 \le \frac{x}{a}-\frac{y}{b} \le 18000 \\ 18000 \le \frac{z}{c} \le 42000 \end{cases} \longrightarrow \Rightarrow z=2x,\ z=6y,$$

$c = 50\%$ акций из лота

$\Downarrow$

$36000 \le x+3y+z \le 84000$?

?

0 баллов

Математика

Площадка написания
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 92269 Класс 9

Вариант 32 Дата 19.02.2022

№1. Пусть $t = x^3$, тогда:

$t^3 - 22t - \sqrt{21} = 0$, ~~$(t(t^2-21)$ [illegible]~~

$t^3 - 21t - t - \sqrt{21} = 0$, $t(t^2 - 21) - 1(t + \sqrt{21}) = 0$,

$t(t - \sqrt{21})(t + \sqrt{21}) - 1(t + \sqrt{21}) = 0$, $(t + \sqrt{21})(t^2 - \sqrt{21}t - 1) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} t = -\sqrt{21} \\ ~~(t+1)~~\ t^2 - \sqrt{21}t - 1 = 0,\ D = 21 + 4 = 25,\ t_{1,2} = \dfrac{\sqrt{21} \pm 5}{2} \end{array}\right.$$

5 баллов

+

$\Rightarrow$ ~~[illegible]~~ Возвращаясь к замене:

$$\left[\begin{array}{l} x_1 = -\sqrt[6]{21} \\ x_2 = \sqrt[3]{\dfrac{\sqrt{21}}{2} + 2{,}5} \\ x_3 = \sqrt[3]{\dfrac{\sqrt{21}}{2} - 2{,}5}. \end{array}\right.$$

Ответ: $x_{1,2,3} = -\sqrt[6]{21}$; $\sqrt[3]{\dfrac{\sqrt{21}}{2} + 2{,}5}$; $\sqrt[3]{\dfrac{\sqrt{21}}{2} - 2{,}5}$.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только **размеченные** стороны листов.
2. Заполните **номер варианта** и **номер страницы** в поле внизу.

Математика

Площадка написания
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Шифр 92269 Класс 9

Вариант 32 Дата 19.02.2022

Заполняется проверяющим строго по образцу Образец заполнения: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	10	0	0	20	0	0	0	0	0

Оценка цифрами: 35

Оценка прописью: тридцать пять баллов

Подпись

№2. Пусть $\frac{3}{4} = a$, $\frac{2}{7} = b$, тогда выражение:

$(a - a^2 + a^3 - a^4 \dots)(b - b^2 + b^3 - b^4 \dots) =$

$= (a(1-a) + a^3(1-a) + \dots)(b(1-b) + b^3(1-b) \dots) =$

$= (1-a)(1-b)\underset{(1)}{(a + a^3 + a^5 \dots)}\underset{(2)}{(b + b^3 + b^5 \dots)}$

+

10 баллов

Рассмотрю $\overset{\text{геом.}}{\text{прогрессию}}$ (1), $b_1 = a$, $q = a^2$, т.к. $|a| < 1$, это бескон. убывающ. пр. => ~~$S_1 = \frac{a}{1-a} = \frac{\frac{3}{4}}{1-(\frac{3}{4})} = \frac{3}{4} \cdot \dots 3$~~

~~ан-но с прог. (2): $S_2 = \frac{b}{1-b}$~~ $\Rightarrow S_1 = \frac{a}{1-a^2} = \frac{\frac{3}{4}}{1-\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{16}{7} =$

$= \frac{12}{7}$, ан-но с прог. (2): $S_2 = \frac{b}{1-b^2} = \frac{\frac{2}{7}}{1-\frac{4}{49}} = \frac{2}{7} \cdot \frac{49}{45} =$

$= \frac{14}{45}$, => выражение: $(1 - \frac{3}{4})(1 - \frac{2}{7}) \cdot \frac{12}{7} \cdot \frac{14}{45} =$

$= \frac{1 \cdot 5 \cdot 12 \cdot 14}{4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 45} = \frac{2}{21}$. Ответ: $\frac{2}{21}$

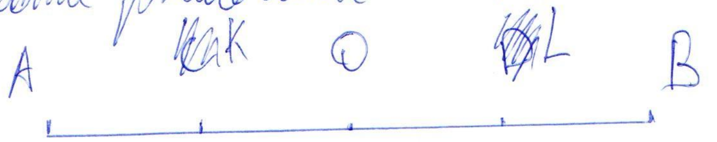
ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1. Используйте только размеченные стороны листов.
2. Заполните номер варианта и номер страницы
в поле внизу.

Площадка написания
Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

Математика
Шифр 92269 Класс 9
Вариант 32 Дата 19.02.2022

№5. Пусть труба AB, с метровыми отметинами K, O, L соответ. места ржавчины – точки C и D.



Точки C и D отсекают отрезки ≥ 1, ~~...~~ и ≤ 2 (т.к. если отрез. > 2, то остальные 2 с как минимум один из них) < 1), ⇒ точки C и D ∈ KL, $P = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Теперь рассмотрим отрезок KL, новый отрезок CD ≥ 1, ~~...~~ и ≤ 2, рассмотрим две крайности:

1) CD = 1, ($P \to 0$, т.к. $CD \in [1;2]$), (пусть точки появляются последовательно, первая из них – C)

2) CD = 2 ($P \to 0$, т.к в таком случае т. C и т. D совпадают с т. K и L).

При втором случае P_C (значит, что точка C попадёт в данный промежуток) = 0 и $P_D = 0$.

~~В~~ первом, в любом месте на KL появляется т. C, рассмотрим 2 крайности:

1. т. C совп. с т. O, $P_D = 0$, (т.к. она должна быть в т. K, L)

2. т. C совпад. с т. K или L, $P_D = \frac{1}{2}$.

⇒ ~~В~~ При двух крайностях $P \in$ max$(0 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2};\ \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2})$.

$P \in (0; \frac{1}{8})$ т.к. ~~...~~ оценить P при каждой длине отр. CD нельзя, но $P_{ср}$ длины = 1,2 ~~до~~ и 1,8 $CD_н = P_{ср_1}$ 0 и 2, то $P = \frac{0 + \frac{1}{8}}{2} = \frac{1}{16}$.

+ 20 баллов